

# 2. Čvrstoća materijala

<b>2.1 Osnovna mehanička opterećenja.....</b>	<b>2</b>
2.1.1 Nauka o čvrstoći i vrste mehaničkih opterećenja.....	2
2.1.2 Rastezanje i sabijanje - opterećenja .....	7
2.1.3 Savijanje - opterećenja.....	8
2.1.4 Smicanje i uvijanje - opterećenja.....	9
<b>2.2 Naprezanja i deformacije.....</b>	<b>10</b>
2.2.1 Osnove naprezanja i deformacija.....	10
2.2.2 Rastezanje i sabijanje - naprezanja i deformacije .....	12
2.2.3 Savijanje - naprezanja i deformacije .....	14
2.2.4 Smicanje i uvijanje - naprezanja i deformacije .....	16
2.2.5 Koncentracija naprezanja.....	18
2.2.6 Izvijanje .....	20
<b>2.3 Radna opterećenja .....</b>	<b>21</b>
2.3.1 Mehanička opterećenja .....	21
2.3.2 Dinamička opterećenja.....	24
2.3.3 Kontaktna naprezanja .....	27
<b>2.4 Konstrukcijski materijali.....</b>	<b>29</b>
2.4.1 Proces deformiranja pri opterećivanju .....	29
2.4.2 Svojstva i mehaničke karakteristike materijala.....	31
2.4.3 Promjene mehaničkih karakteristika tijekom vremena .....	37
2.4.4 Izbor materijala .....	38
<b>2.5 Proračuni jednostavnih elemenata.....</b>	<b>39</b>
2.5.1 Načela proračuna .....	39
2.5.2 Primjeri proračuna (1): rastezanje, sabijanje, čisto savijanje .....	40
2.5.3 Primjeri proračuna (2): smicanje, uvijanje.....	45
2.5.4 Primjeri proračuna (3): koncentracija naprezanja i izvijanje .....	48
2.5.5 Primjeri proračuna (4): Dinamičko opterećenje.....	51
<b>Dodaci .....</b>	<b>53</b>
<b>Literatura .....</b>	<b>66</b>

## Ishodi učenja:

- Razumijevanje pojma nauka o čvrstoći (definicija i metode) i osnovnih mehaničkih opterećenja (rastezanje, sabijanje, savijanje, smicanje, uvijanje).
- Razumijevanje posljedica osnovnih mehaničkih opterećenja – naprezanja i deformacija (naprezanja i deformacije) i specifičnih naprezanja i deformacija (koncentracija naprezanja i izvijanje).
- Usvajanje radnih opterećenja (mehanička, dinamička, kontaktna).
- Obnovljena odabrana znanja iz konstrukcijskih materijala.
- Usvajanje proračuna jednostavnih elemenata.

## 2.1 Osnovna mehanička opterećenja

### 2.1.1 Nauka o čvrstoći i vrste mehaničkih opterećenja

**Nauka o čvrstoći** – analizira stanja i promjene stanja čvrstih (*fluidi su isključeni*) deformabilnih (*pod opterećenjima se mijenjaju oblici i dimenzije*) tijela izloženih vanjskim opterećenjima. U okvirima strojarstvu ona opisuje:

- naprezanja i
- geometrije

elemenata strojeva i jednostavnijih sklopova elemenata.

Metodama nauke o čvrstoći proučavaju se:

1. čvrstoće elemenata – sposobnosti podnošenja opterećenja bez pojava plastičnih deformacija, lokalnih oštećivanja ili lomova,
2. krutosti elemenata – otpornosti prema deformiranju i
3. stabilnosti elemenata – sposobnosti podnošenja opterećenja uz očuvanje početnog ravnotežnog oblika.

Cilj je primjene metoda nauke o čvrstoći optimalno uskladiti dva uzajamno suprotna zahtjeva – sigurnost i ekonomičnost elemenata. Uz što je moguće manji utrošak materijala postići što je moguće veću pogonsku sigurnost.

### Vrste opterećenja

Tijekom rada strojarskih sustava, elementi strojeva su izloženi razliitim vrstama opterećenja. Prema fizičkoj prirodi razlikuju se:



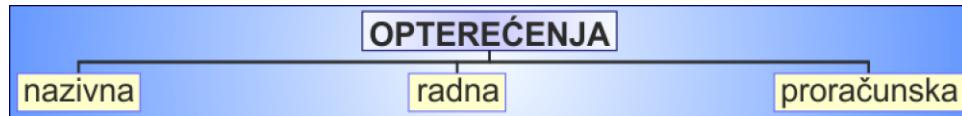
U pravilu, analiza čvrstoće zanemaruje električne, kemijske (*dodatak za koroziju*) i biološke vanjske utjecaje.

Uzroci su mehaničkih opterećenja djelovanja vektorskih sila i okretnih momenata na elemente, a uzroci toplinskih opterećenja trenja i skalarne razlike temperatura elementa i okoline.

Posljedice su mehaničkih opterećenja elemenata promjene njihove geometrije i naprezanja u materijalu od koga su elementi izrađeni, a posljedice termodinamičkih opterećenja promjene geometrija elemenata i svojstava materijala.

Pri opterećenjima elemenata, na promjene geometrija i uspostavljanje izmijenjenih stanja naprezanja troši se rad i/ili toplina do uspostavljanja izmijenjenih novih stanja ravnoteže opterećenja i otpora elementa promjenama.

U analizama čvrstoće elemenata strojeva treba razlikovati:



**Nazivna (nominalna) opterećenja** (*opterećenja, koja proizlaze iz nazivne snage i brzine vrtnje pogonskih strojeva, nosivosti dizala*) su opterećenja pri kojima je proračunom predviđen normalan rad strojnih elemenata. Tijekom korištenja su elementi strojeva često izloženi opterećenjima koja se značajno razlikuju od nazivnih opterećenja

**Radna opterećenja** su određena:

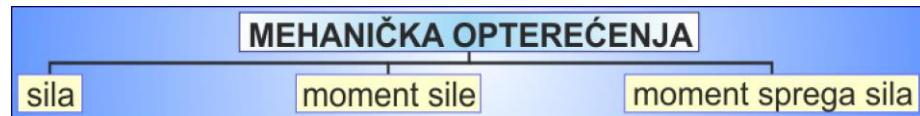
- mehanička – vektorskim silama i momentima
- toplinska –skalarnim temperaturama

pri čemu se moraju uzeti u obzir promjene opterećenja s vremenom (*statička i dinamička opterećenja*).

**Proračunska opterećenja** su opterećenja s kojima se obavlja proračun elemenata.

## Vrste mehaničkih opterećenja

U nauci o čvrstoći mehanička se opterećenja elemenata opisuju s tri prikladne veličine:

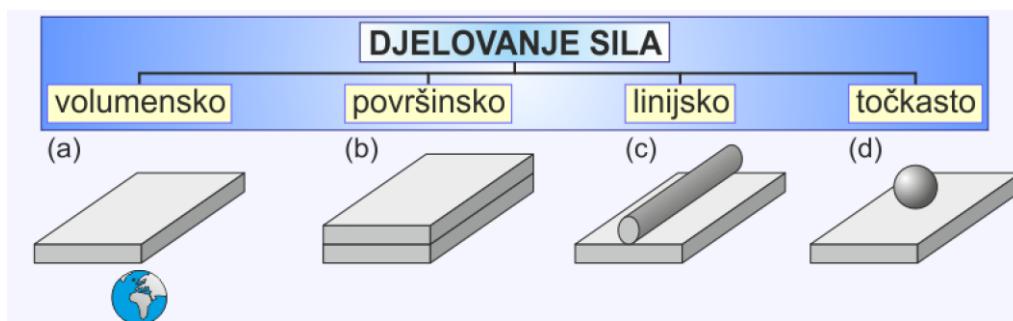


Moment sile i moment sprega sile nazivaju se okretnim momentima.

### Sila

**Sila**,  $F$  (*en, Force*),  $\mathbf{N}$  – pokazatelj uzajamnog mehaničkog djelovanje tijela.

S obzirom na način djelovanja sila razlikuju se četiri osnovne vrste opterećenja elemenata:



Sile djeluju:

- volumenski – na sve točke elementa po cijelom njegovom volumenu,
- površinski – na površine uzajamnih dodira elemenata i/ili dodira elemenata s fluidima,

- (c) linijski – po linijama dodira elemenata,
- (d) točkasto – u točkama dodira elemenata.

### Moment sile

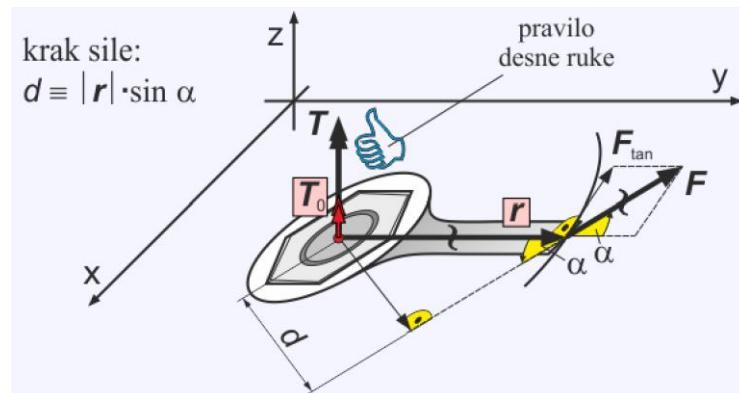
**Moment sile**,  $T$  (*en, Torque*),  $\text{N}\cdot\text{m}$  – pokazatelj uzajamnog mehaničkog djelovanje tijela.

Ako na element s nepomičnom točkom, van nepomične točke djeluje sila, tada će vektor momenta koji izaziva okretanje tijela biti jednak vektorskom produktu vektora položaja hvatišta u odnosu na nepomičnu točku i vektora sile.

$$\mathbf{T} = \mathbf{F} \times \mathbf{d}, \quad |\mathbf{T}| = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{r}| \cdot \sin \alpha, \quad T = F \cdot r \cdot \sin \alpha \quad [T] = \text{N} \cdot \text{m}$$

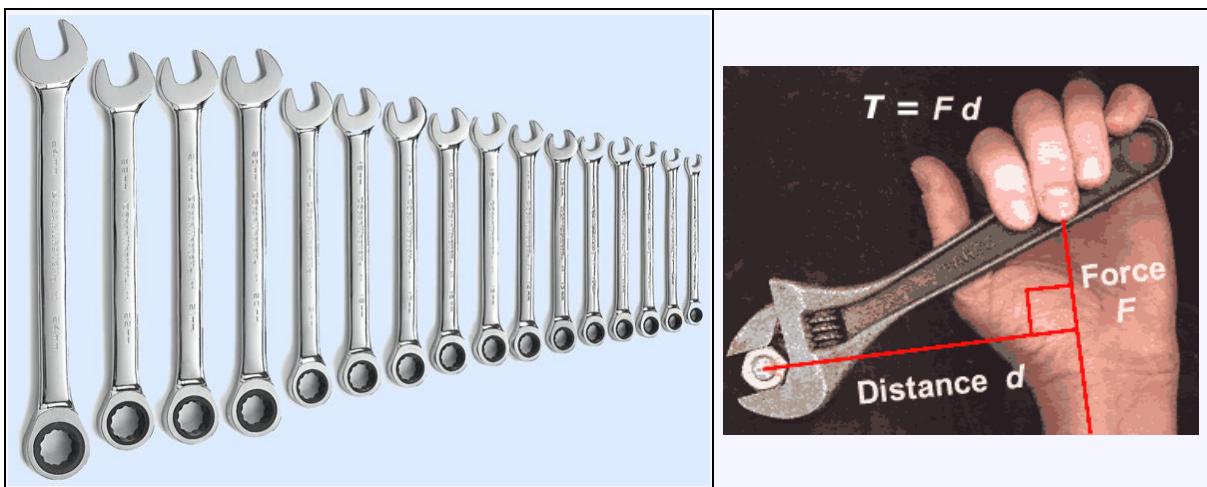
gdje je:	$\mathbf{F}$	– vektora sile,
	$ \mathbf{F} $ ili $F$ ( <i>pojednostavljen</i> )	– intenzitet vektora sile, $\text{N}$
	$\mathbf{r}$	– vektor razmaka ( <i>nepomične točke i hvatišta sile</i> ),
	$ \mathbf{r} $ ili $r$ ( <i>pojednostavljen</i> )	– intenzitet vektor razmaka, $\text{m}$
	$\times$	– oznaka za vektorski umnožak,
	$d$	– krak ( <i>en, distance</i> ) sile, $\text{m}$

Sa **oznaka vektorske veličine** je označen intenzitet vektora (*brojčana vrijednost*), a sa **[oznaka vektorske veličine]** jedinica intenziteta vektora



Djelovanje momenta sile može se analizirati na primjerima korištenja alata.

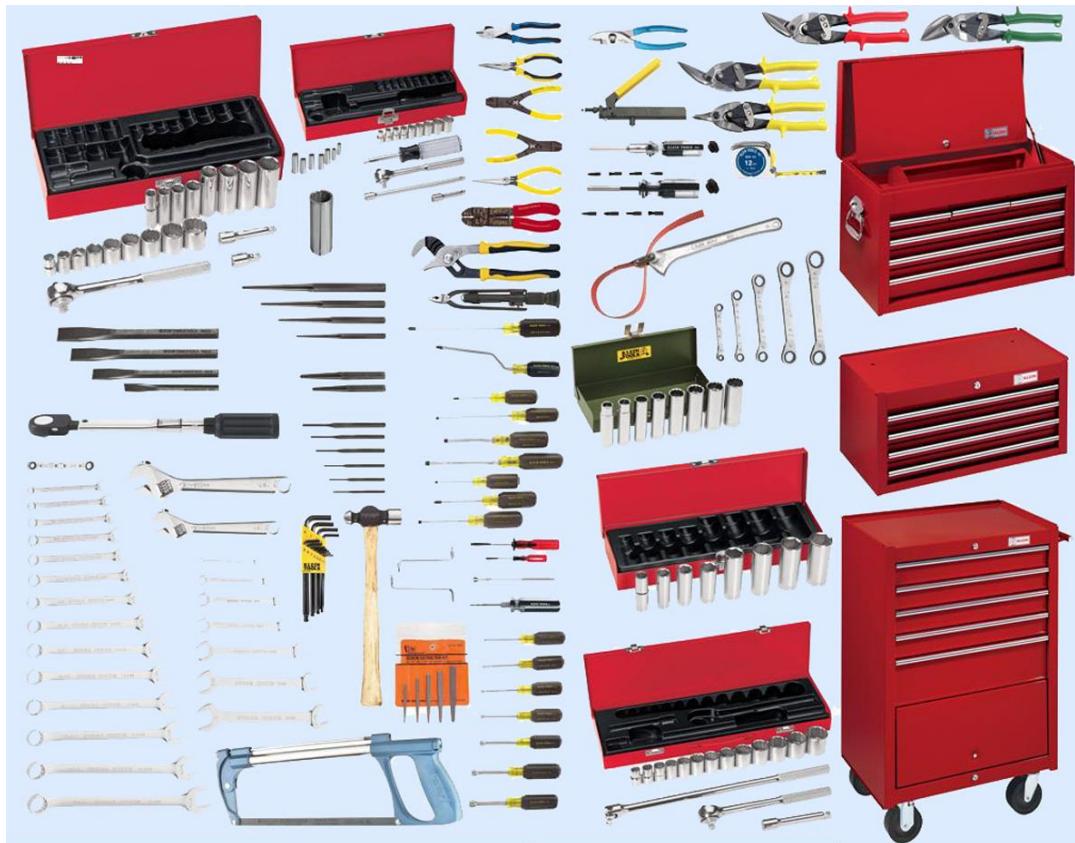
Komplet viličasto-okastih ključeva	Moment sile pritezanja
------------------------------------	------------------------



Moment ključ:

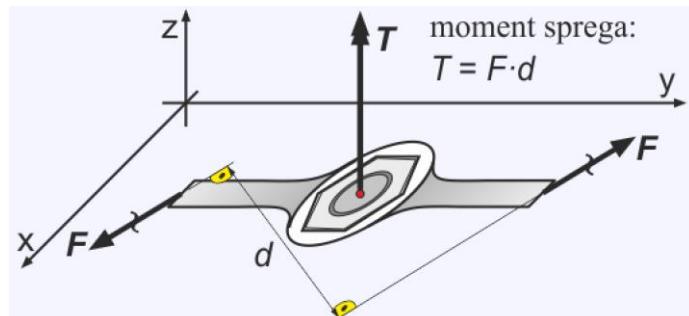


Komplet radioničkog ručnog alata. Pri obavljanju poslova s alatima koriste se sile i/ili momenti sila.



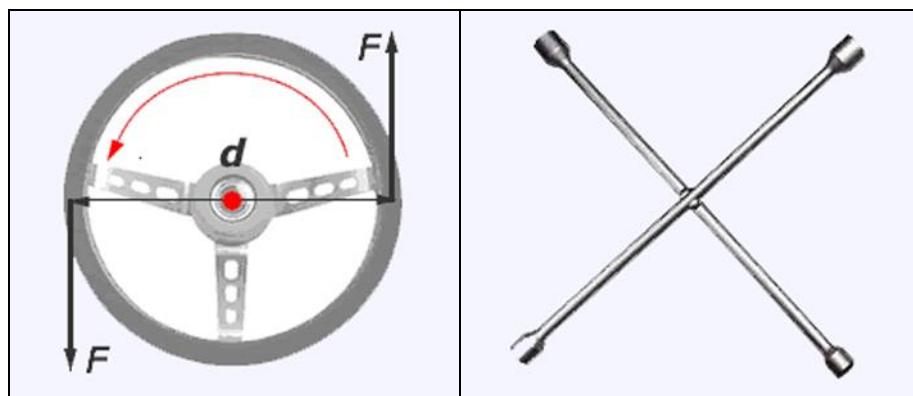
### Moment sprega sile

**Spreg sile** – duž paralelnih pravaca na tijelo djeluju dvije sile istog intenziteta, u suprotnim smjerovima:



$$T = F \times d, \quad [T] = \text{N} \cdot \text{m}$$

Djelovanje momenta sprega sila može se analizirati na primjeru volana, te ključ za demontažu/montažu kotača automobila.



Prema promjenama tijekom vremena razlikuju se:



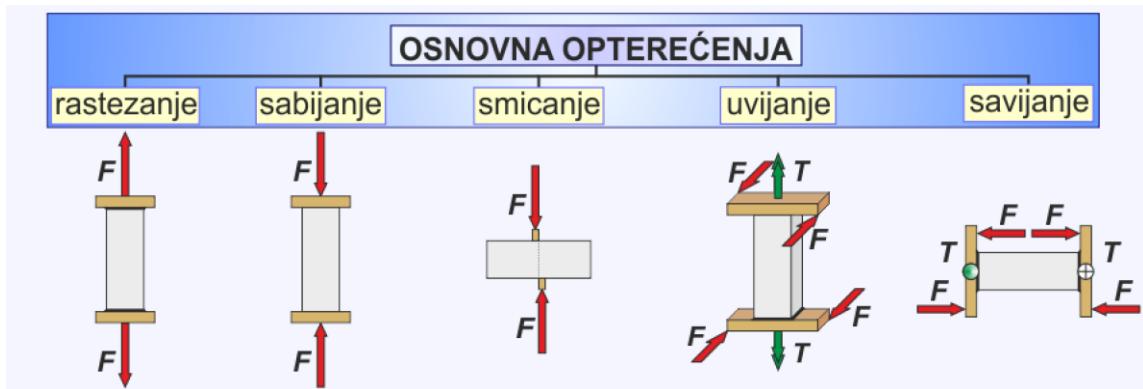
Hvatišta i/ili intenziteti i/ili pravci i/ili smjerovi sile i/ili momenata u statičkim se opterećenjima tijekom vremena ne mijenjaju, a u dinamičkim mijenjaju.

Prema načinu djelovanja razlikuju se:



Osnovna se opterećenja mogu opisati jednom rezultantom sile ili rezultantom momenata, dok se složena opterećenja opisuju s dvije ili više rezultanti sile/momenata.

Prema načinu djelovanja razlikuju se sljedeće vrste osnovnih statičkih opterećenja:



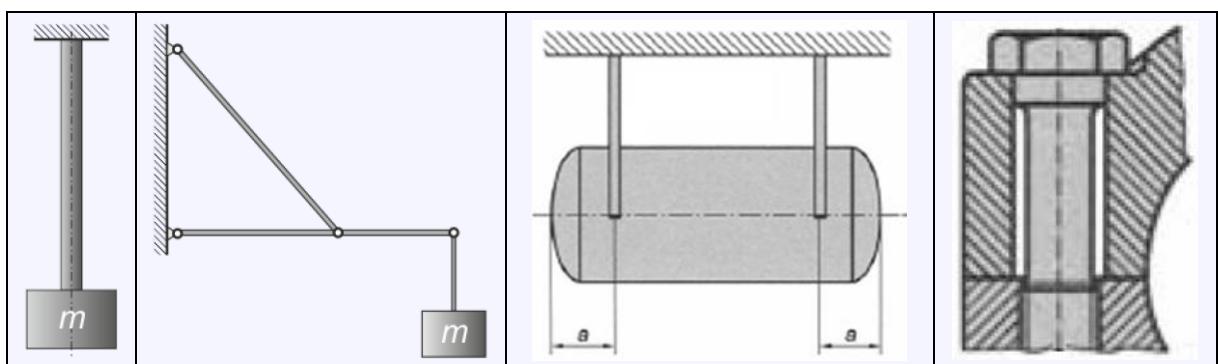
Analiza naprezanja/deformacija elemenata strojeva pod realnim složenim opterećenjima u pravilu su vrlo komplikirane te se analize rade po pojedinim vrstama opterećenja.

### 2.1.2 Rastezanje i sabijanje – opterećenja

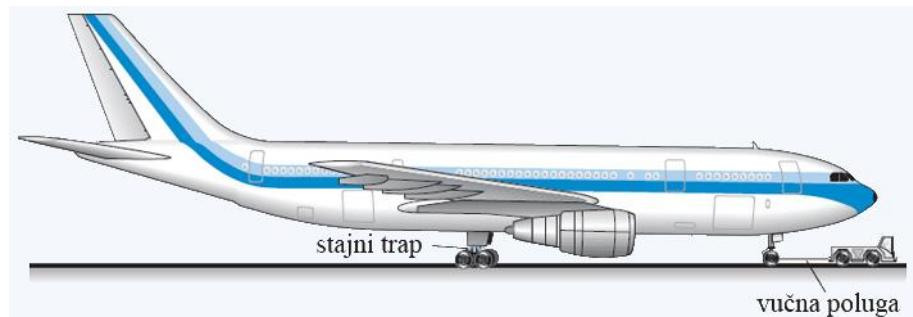
#### Rastezanje



Na element djeluju sile rastezanja koje su istog pravca i različitih smjerova. Primjeri su:



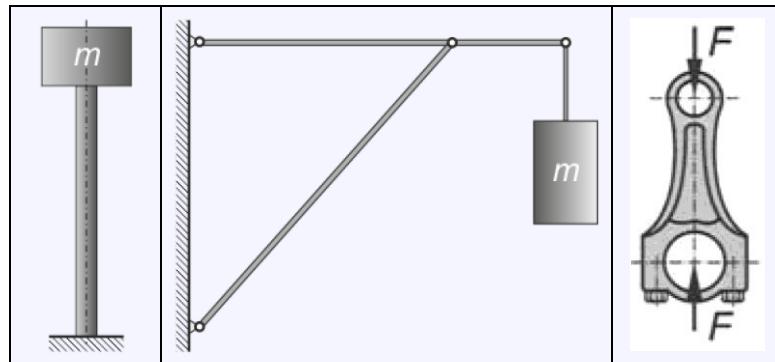
[Gere (2011), str. 7]



## Sabijanje



Na element djeluju sile sabijanja koje su istog pravca i različitih smjerova. Primjeri su:

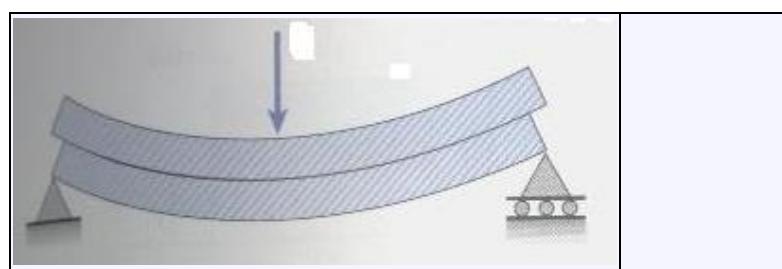


### 2.1.3 Savijanje - opterećenja

#### Čisto savijanje

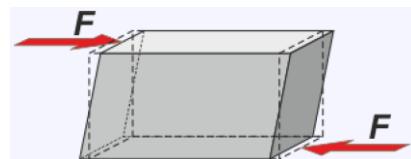


Na element djeluju momenti istog pravca i različitih smjerova. Pravac djelovanja momenata okomit je na os elementa. Primjeri su:

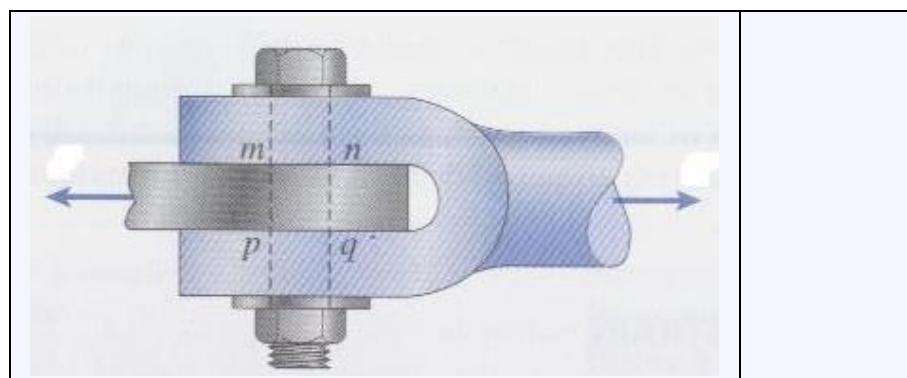


## 2.1.4 Smicanje i uvijanje - opterećenja

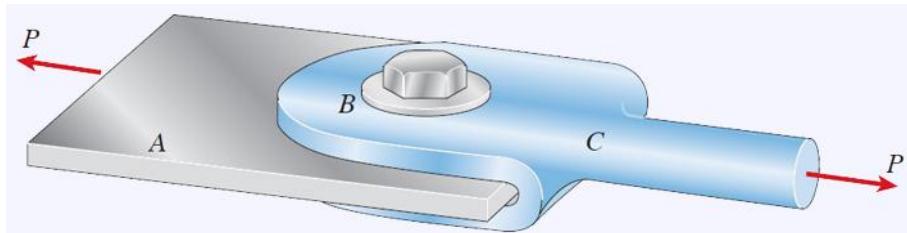
### Smicanje



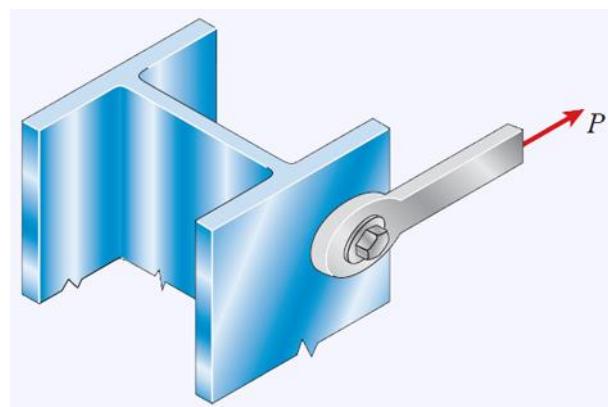
Na element djeluju sile smicanja koje su različitih pravaca i različitih smjerova. Primjeri su:



[Gere (2011), str. 32]



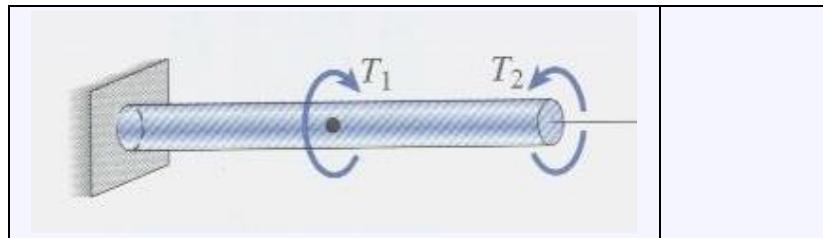
[Gere (2011), str. 34]



## Uvijanje



Na element djeluju momenti istog pravca i različitih smjerova. Pravac djelovanja momenata poklapa se s osi elementa. Primjeri su:



## 2.2 Naprezanja i deformacije

### 2.2.1 Osnove naprezanja i deformacija

**Opterećenje** – vanjski mehanički ili toplinski utjecaj koji djeluje na element.

**Nazivna opterećenja** su opterećenja pri kojima se odvija normalan rad elemenata.

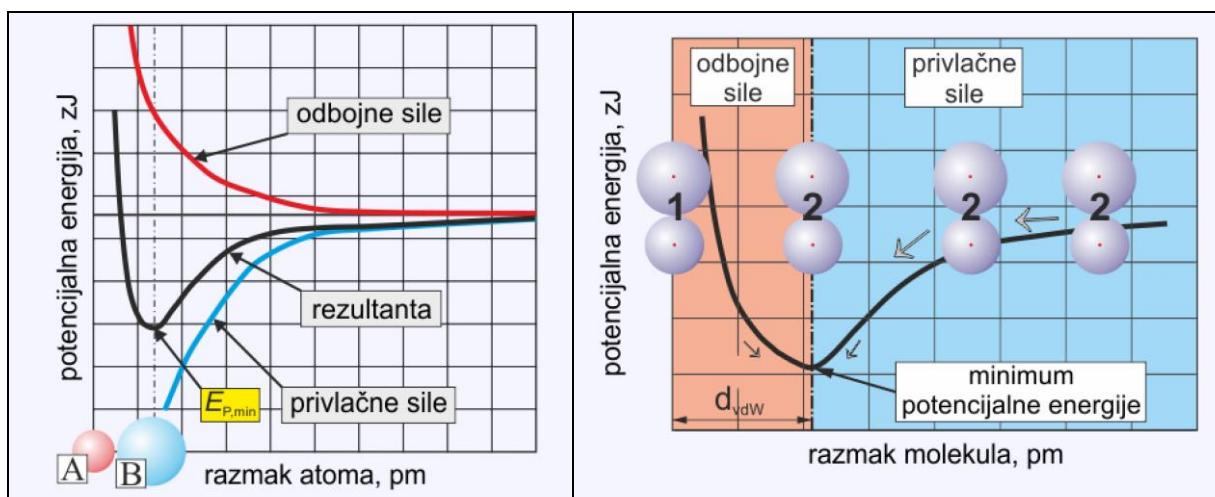
**Radna opterećenja** su opterećenja kojima su izloženi elementi tijekom rada sustava.

**Proračunska opterećenja** su opterećenja s kojima se obavlja proračun elemenata.

**Naprezanje** – naponsko stanje elementa koje se uspostavlja uslijed djelovanja opterećenja (*unutarnja naprezanja*).

**Deformacija** – promjena oblika i dimenzija do kojih dolazi uslijed djelovanja opterećenja.

S **mikrostajališta**, djelovanje vanjskog opterećenja izaziva u materijalu odgovarajuća odstupanja razmaka atoma i/ili molekula od ravnotežnih. Do povećanja razmaka atoma i/ili molekula u odnosu na ravnotežne dolazi pri vlačnom opterećenju, a do smanjivanja razmaka pri tlačnom.



Za trajanja opterećenja, zbog neravnotežnih razmaka, materijal je napregnut. Po prestanku opterećenja atomi i/ili molekule se vraćaju u ravnotežne položaje i gubi se napregnutost u materijalu.

**S makrostajališta**, uslijed djelovanja različitih opterećenja javlja se u materijalu ukupna naprezanja koja se mogu razlagati u dvije uzajamno okomite vektorske komponente:

$$\bar{\sigma} = \frac{d\vec{F}_n}{dA} \quad \bar{\tau} = \frac{d\vec{F}_t}{dA}$$

Ako se zbog jednostavnosti izračunavanja usvoji pretpostavka o ravnomjernoj raspodjeli naprezanja, te naprezanja izraze skalarnim komponentama, slijedi:

Normalno naprezanje	Tangencijalno naprezanje	Ukupno naprezanje
$\sigma = \frac{F_n}{A}$	$\tau = \frac{F_t}{A}$	$p_u^2 = \sigma^2 + \tau^2$

Opterećenje elementa	Rezultanta sila	Naprezanja
$F_n = \sum \Delta F_n$ $F_t = \sum \Delta F_t$ $A = \sum \Delta A$		$\{A\} = 1$

U detaljnijem opisu naprezanja koriste se devet-komponentni tenzori.

Posljedice su opterećenja elementa

- (a) naprezanja i
- (b) deformacije.

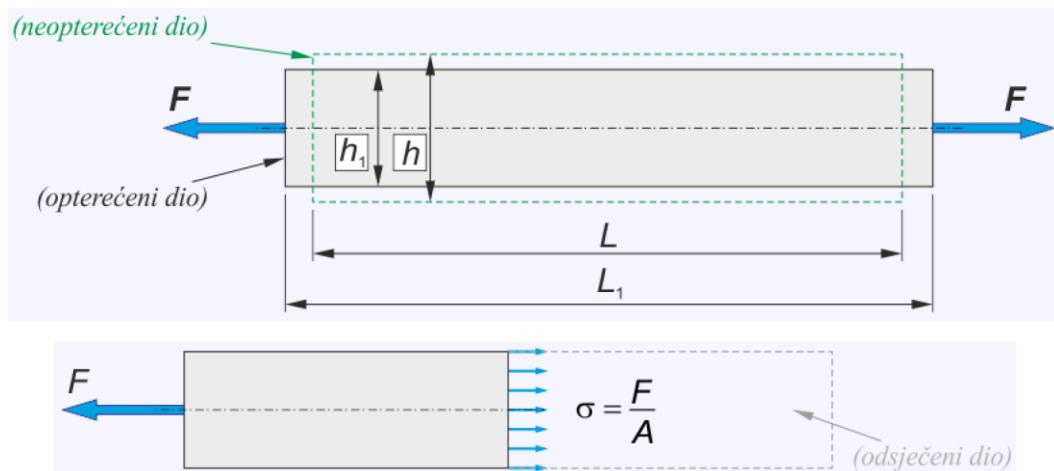


Pri različitim opterećenjima javljaju se i različita naprezanja u materijalima:

Opterećenje	Naprezanje	Oznaka
Aksijalno vlačno	normalno vlačno	$\sigma$ ili $\sigma_v$
Aksijalno tlačno	normalno tlačno	$-\sigma$ ili $\sigma_t$
Smicanje	tangencijalno	$\tau_s$
Uvijanje (en. torzija)	tangencijalno	$\tau_t$
Čisto savijanje	normalno	$\sigma_s$
Savijanje silama	normalno i tangencijalno	$\sigma_s$ i $\tau_s$

## 2.2.2 Rastezanje i sabijanje – naprezanja i deformacije

### Rastezanje



Vlačno naprezanje  $\sigma_v$  uzrokovano vlačnom silom  $F$ , okomitom na površinu  $A$ :

$$\sigma_v = +\frac{F}{A}$$

Ovisno o postavljenom zadatku, potrebno je izračunati:

Potrebnii presjek	Aktualno naprezanje	Maksimalno dozvoljen opterećenje
$A_{pot} = \frac{F}{\sigma_{doz}}$	$\sigma_{akt} = \frac{F}{A}$	$F_{Max} = \sigma_{doz} \cdot A$

Produljenje	Suženje
$\Delta L = L_i - L \quad \Delta L > 0$	$\Delta h = h_i - h \quad \Delta h < 0$
Relativno produljenje	Relativno suženje
$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$	$\varepsilon_p = \frac{\Delta h}{h}$

Uzimajući u obzir modul elastičnosti:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

dobiva se produljenje uslijed aksijalnog opterećenja:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad \Rightarrow \quad \Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E}$$

Relativno suženje:

$$\varepsilon_p = -v \cdot \varepsilon$$

Materijal	v
beton	$\approx 0$
čelik i čelični lijev	0,30
sivi lijev	0,25 ÷ 0,27
aluminij i legure aluminija	0,33
magnezij i legure magnezija	0,35
bakar	0,34
cink	0,39
elastomeri	

## Sabijanje

Naprezanje uzrokovano tlačnom silom  $F$  okomitom na površinu:

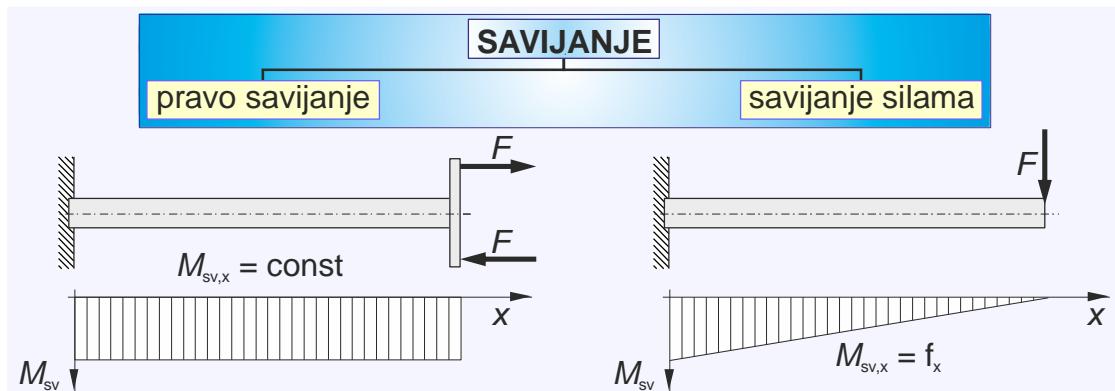
$$\sigma_t = -\frac{F}{A}$$



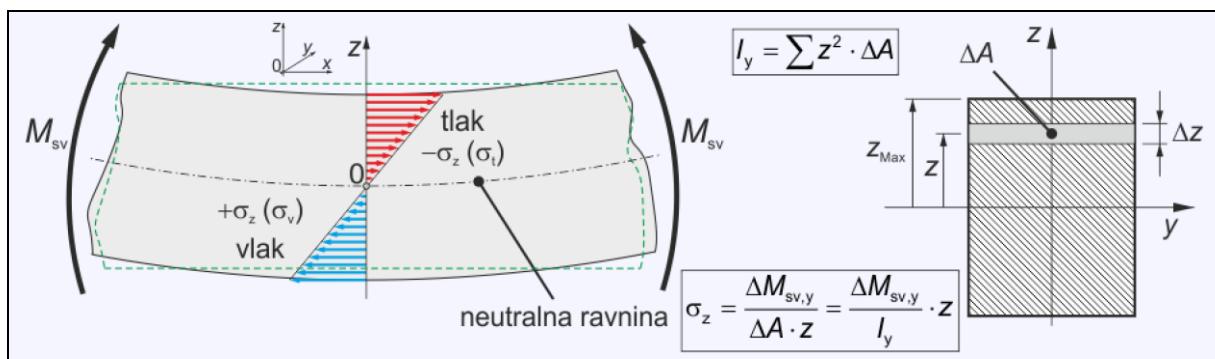
Skraćenje	Proširenje
$\Delta L = L_1 - L \quad \Delta L < 0$	$\Delta h = h_1 - h \quad \Delta h > 0$
Relativno skraćenje	Relativno proširenje
$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$	$\varepsilon_p = \frac{\Delta h}{h}$

### 2.2.3 Savijanje – naprezanja i deformacije

Razlikuju se dvije vrste savijanja:



**Pravo savijanje** se javlja kod elemenata opterećih po duljini konstantnim momentima.



Naprezanje na udaljenosti  $z$  od neutralne osi:

$$\sigma_z = \frac{M_{sv}}{I_y} \cdot z$$

gdje je:  $I$  – moment tromosti, u odnosu na os koja se nalazi u neutralnoj ravnini,  $\text{m}^4$ .

Najveće naprezanje je na gornjoj/donjoj površini:

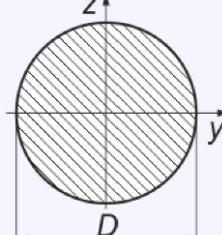
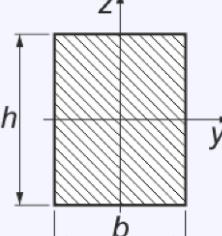
$$\sigma_{sv,\text{Max}} = \frac{M_{sv}}{I_y} \cdot z_{\text{Max}}$$

Po uvođenju momenta otpora:

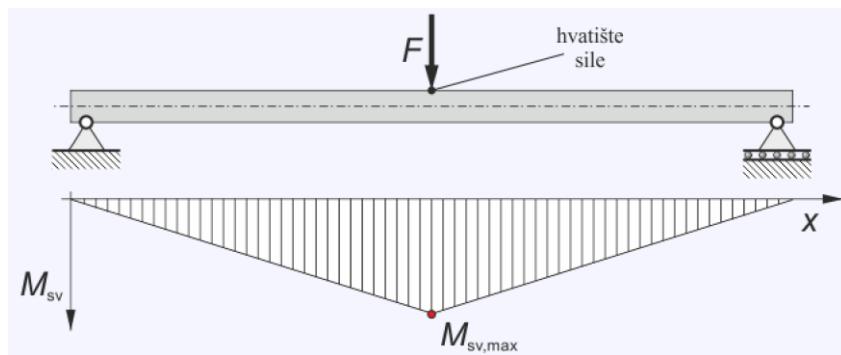
$$W = \frac{I_y}{z_{\text{Max}}}$$

dobiva se konačno:

$$\sigma_{sv,\text{Max}} = \frac{M_{sv}}{W}$$

Profil		Moment tromosti, $I$ , $\text{m}^4$	Moment otpora, $W$ , $\text{m}^3$
krug		$I_y = I_z = \frac{\pi}{64} \cdot d^4$	$W_y = W_z = \frac{\pi}{32} \cdot d^3$
pravokutnik		$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$ $I_z = \frac{h \cdot b^3}{12}$	$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6}$ $W_z = \frac{h \cdot b^2}{6}$

U slučaju savijanja silama moment savijanja nije konstantan:



Na mjestu djelovanja sile:

$$\sigma_{sv,Max} = \frac{M_{sv,Max}}{W}$$

## 2.2.4 Smicanje i uvijanje – naprezanja i deformacije

### Smicanje

Smična naprezanja spadaju u grupu tangencijalnih naprezanja:

	Opterećenje silom i tangencijalno naprezanje: $\tau_s = \frac{F}{A}$ djeluju paralelno s aktualnom površinom.
--	---

Po analogiji s aksijalnim naprezanjima:

$$\tau_s = G \cdot \gamma$$

gdje je:  $G$  – modul smicanja, N/mm<sup>2</sup>

$\gamma$  – kutna deformacija

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

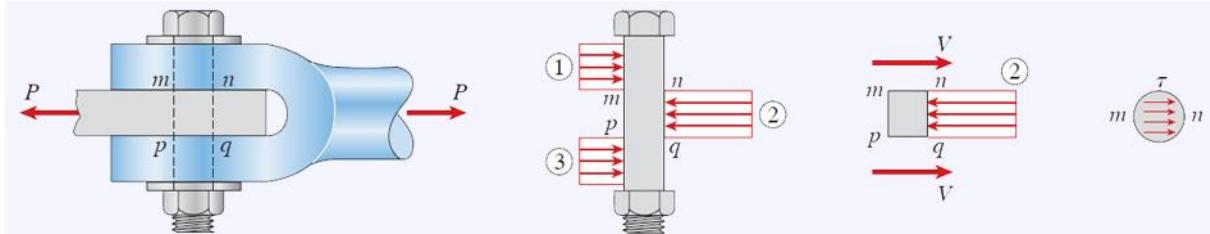
Kut smicanja:

$$\tan \gamma = \frac{\Delta s}{L}$$

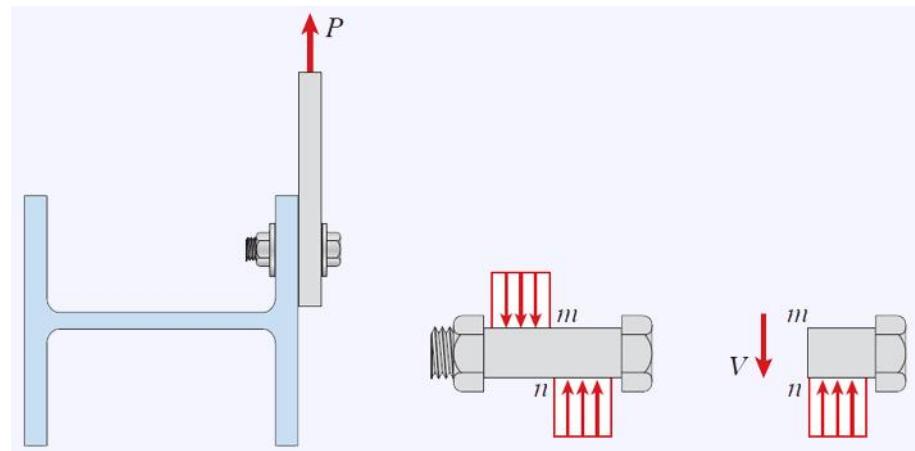
Zbog veoma malog kuta:

$$\gamma \approx \tan \gamma$$

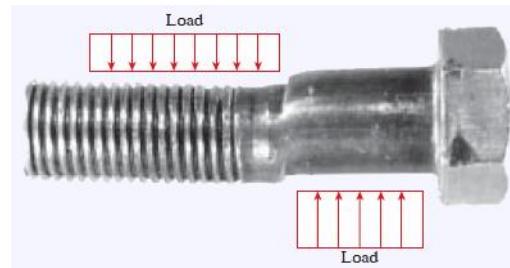
[Gere (2011), str. 32]



[Gere (2011), str. 34]



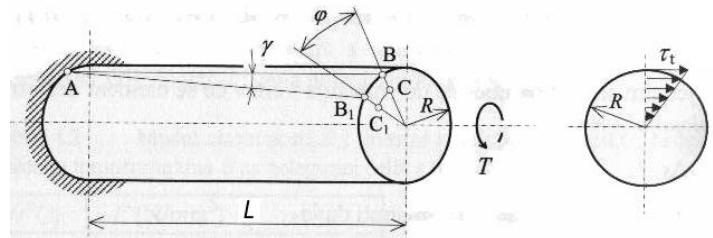
[Gere (2011), str. 35]



## Uvijanje

Uvijanja uzrokuju momenti torzije, a prateća naprezanja spadaju u tangencijalna naprezanja.

⇒ [http://tonuk.me.metu.edu.tr/ME206/torsional\\_stress.html](http://tonuk.me.metu.edu.tr/ME206/torsional_stress.html)



Izvodnice, koje su u neopterećenom stanju pravci, prilikom uvijanja se deformiraju i dobiju oblik zavojne (*vijčane*) linije. Kut između izvornog pravca i zavojne linije jednak je kutu smicanja  $\gamma$ . Kako je taj kut mali može se zavojna krivulja aproksimirati pravcem.

Pri djelovanju momenta torzije  $T$  poprečni presjek štapa na razmaku  $L$  zakrenut je za kut uvijanja (*torzije*)  $\phi$ :

$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot I_p}$$

gde je:  $I_p$  – polarni moment tromosti presjeka,  $\text{mm}^4$  (geometrijska karakteristika – iz tablica u priručnicima)

Tangencijalno naprezanje na površini štapa kružnog poprečnog presjeka polumjera  $R$  (*najveće naprezanje*):

$$\tau_{t,\max} = \frac{T \cdot R}{I_p}$$

Polarni moment otpora poprečnog presjeka (*površine*) je:

$$W_p = \frac{I_p}{R}$$

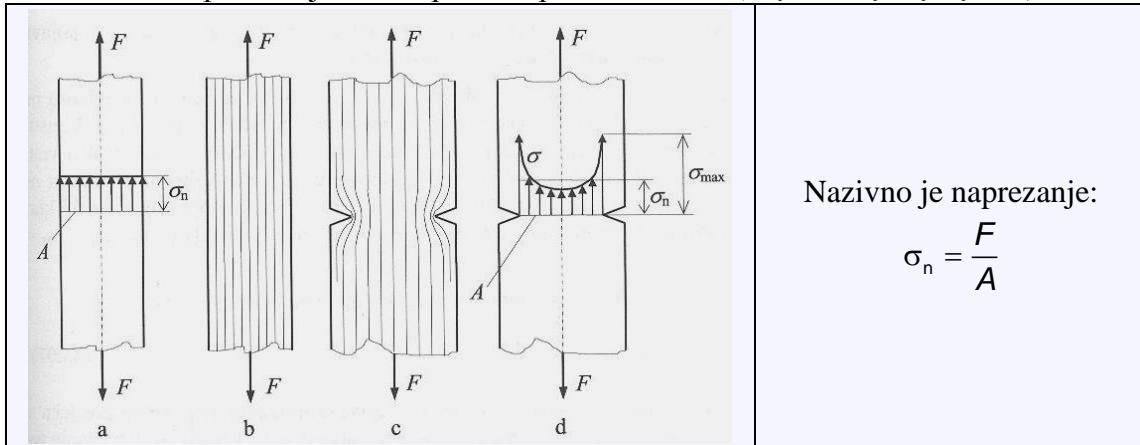
Podaci o vrijednosti  $W_p$  mogu se naći u tablicama.

S  $W_p$  se izraz za naprezanje može pojednostaviti:

$$\tau_t = \frac{T}{W_p}$$

## 2.2.5 Koncentracija naprezanja

Pri statičkom opterećenju sile se prenose po "silnicama" (*linije duž kojih djeluju sile*).



U štalu konstantnog poprečnog presjeka (*b*), opterećenom aksijalnom vlačnom silom, silnice su ravnomjerno raspoređene (*a*) i u svim dijelovima poprečnih presjeka vlada jednako naprezanje (*nazivno naprezanje*).

U okolini manje ili više naglih promjena presjeka (*c*) dolazi do prisilnog skretanja silnica i pojave neravnomjernih raspodjela naprezanja. Na mjestima gušćih silnica su naprezanja veća (*sila po jedinici površine*) – došlo je do koncentracije naprezanja (*d*).

Omjer najvećeg lokalnog naprezanja  $\sigma_{\max}$  i nominalnog naprezanja  $\sigma_n$ , (*računatog na suženi presjek*) naziva se geometrijskim faktorom koncentracije naprezanja ili jednostavno faktor oblika:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}$$

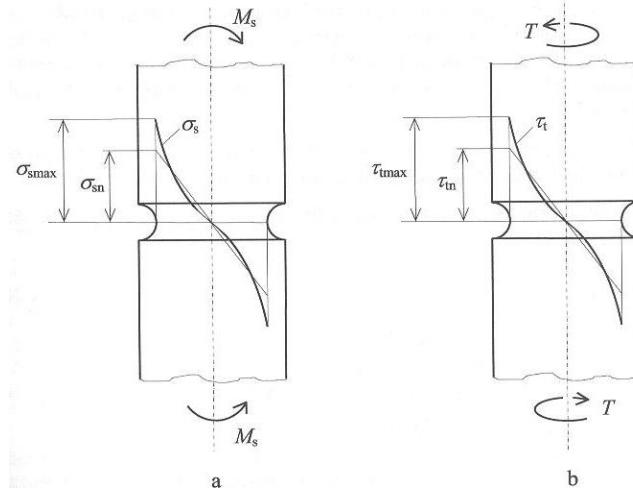
gdje je:  $\alpha_k$  – za vlačno naprezanje

$\alpha_{ks}$  – za savijanje

$\alpha_{kt}$  – za torziju

Mjesta promjena oblika na konstrukcijskim elementima gdje dolazi do koncentracije naprezanja nazivaju se koncentratori naprezanja.

Veličina maksimalnog lokalnog naprezanja ovisi o vrsti opterećenja.



Vlačno naprezanje:

$$\sigma_{\max} = \alpha_k \sigma_n = \alpha_k \frac{F}{A}$$

Naprezanje na savijanje (a):

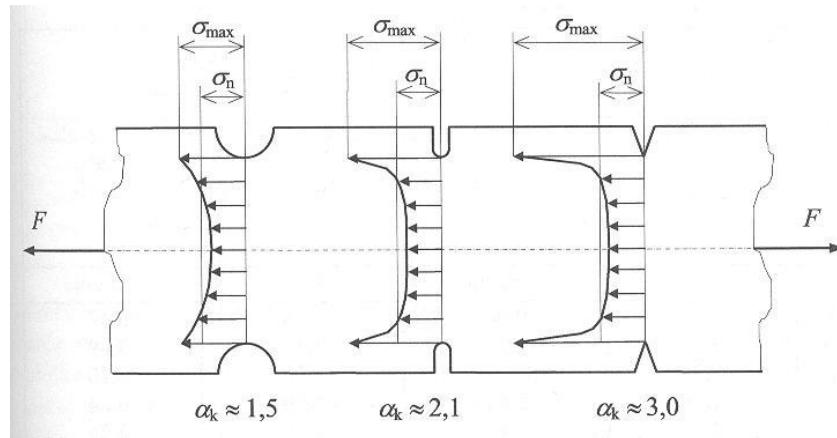
$$\sigma_{s\max} = \alpha_{ks} \sigma_{sn} = \alpha_{ks} \frac{M_s}{W}$$

Naprezanje na torziju (b):

$$\tau_{t\max} = \alpha_{kt} \tau_{tn} = \alpha_{kt} \frac{T}{W_p}$$

Kod smičnih opterećenja ne dolazi do koncentracija smičnih naprezanja jer je naprezanje na rubu jednako 0.

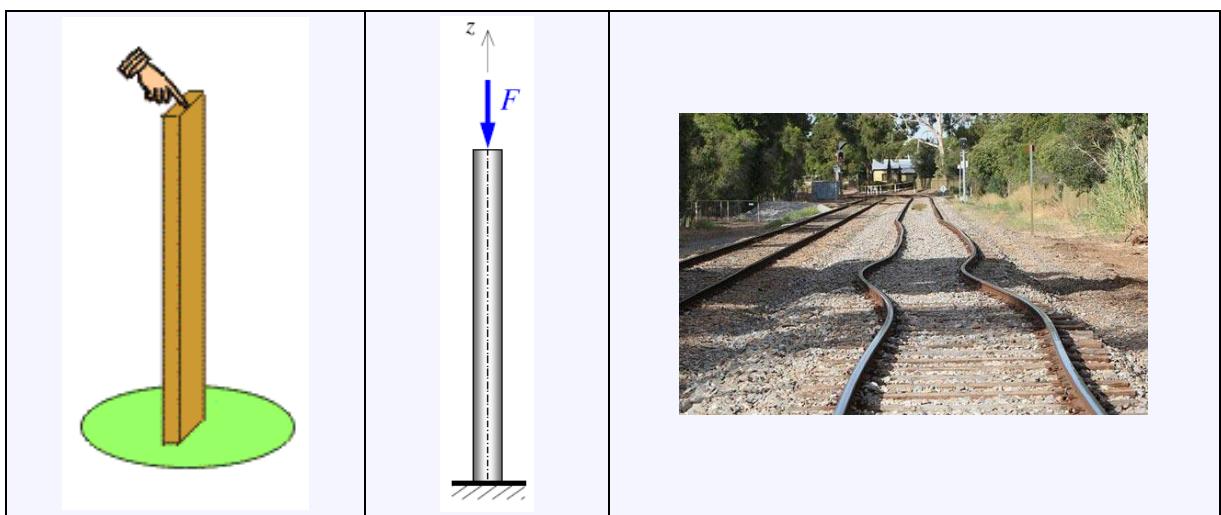
## Utjecaj oblika zareza na koncentraciju naprezanja



Koncentracija naprezanja bit će veća što je promjena presjeka naglijia, odnosno što je zarez oštriji.

### 2.2.6 Izvijanje

Pri postupnom povećanju tlačnih opterećenja vitkih elemenata (*dužina mnogo veća u odnosu na njihovu debeljinu*), dolazi kod određenih kritičnih opterećenja do gubitka njihove elastične stabilnosti i izvijanja. Mala dodatna opterećenja iznad kritičnog dovode do velikog porasta naprezanja i loma.



Normalno naprezanje u elementu u trenutku izvijanja naziva se kritično naprezanje izvijanja  $\sigma_k$  (*određuje se analitički, posebno za elastično i neelastično izvijanje*), a ovisno je o vitkosti elementa  $\lambda$ , koja se određuje izrazom:

$$\lambda = \frac{L_k}{i_{\min}}$$

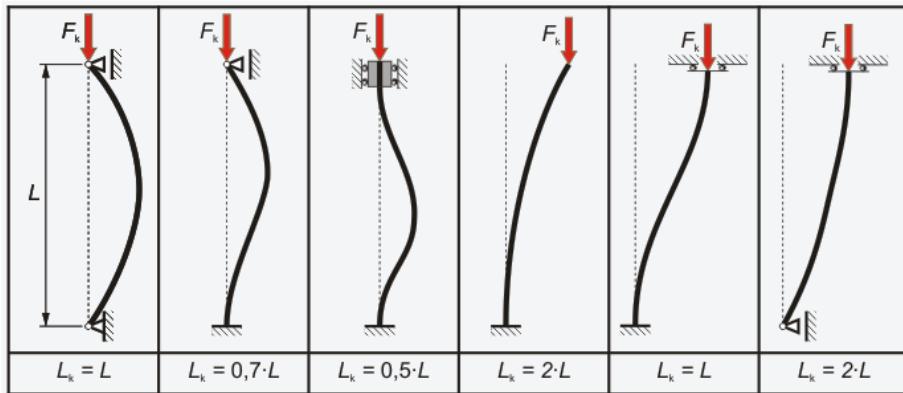
gde je:  $L_k$  – dužina izvijanja, mm  
 $i_{\min}$  – najmanji polumjer inercije, mm

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$

gde je:  $I_{\min}$  – najmanji moment inercije presjeka,  $\text{mm}^4$

$A$  – površina poprečnog presjeka,  $\text{mm}^2$

Dužina izvijanja  $L_k$  ovisi o načinu uklještenja elementa:



$$F_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_k^2}$$

Elastično izvijanje (*deformacija pri naprezanju u elementu < granice proporcionalnosti*), kritično naprezanje izvijanja  $\sigma_k$  određuje se po Eulerovom izrazu:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_{\min}}{L_k^2 \cdot A} = \pi^2 \cdot \frac{E}{\lambda^2}$$

U području  $60 \leq \lambda \leq \lambda_{kr}$  dolazi do neelastičnog izvijanja, pri čemu se za određivanje kritičnih naprezanja izvijanja upotrebljava Tetmajerova empirijska formula:

$$\sigma_k = a - b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2$$

## 2.3 Radna opterećenja

### 2.3.1 Mehanička opterećenja

Radna opterećenja tijekom jednog radnog ciklusa, ili u duljem vremenskom razdoblju nisu uvjek jednaka nazivnim. Potrebno je razlikovati strojeve, koji djeluju u:

- stalnom režimu rada (*konstantna opterećenja i vrlo male vibracije – pumpe, ventilatori*)
- promjenljivom režimu rada (*promjenjiva nominalna opterećenja u vremenskim intervalima – motorna vozila, dizala, radni strojevi*).

Pri tome su strojevi dobro ili slabo uravnoteženi (*dodatna opterećenja zbog utjecaja centrifugalnih, inercijskih i vibracijskih sila*).

Točno određivanje veličine radnih opterećenja, kojima su izloženi dijelovi strojeva u određenim vremenskim intervalima, je u većini slučajeva komplikirano i rijetko je moguće provesti. Zato se za osnovu proračuna čvrstoće strojnih dijelova uvijek uzima *mjerodavno* tj. *proračunsko opterećenje*, koje se uglavnom razlikuje od nominalnog. Proračunsko opterećenje se obično određuje pomoću faktora *radnih uvjeta*:

$$F_{\text{rac}} = K_{\text{opt}} \cdot F_{\text{nom}} , \text{ N}$$

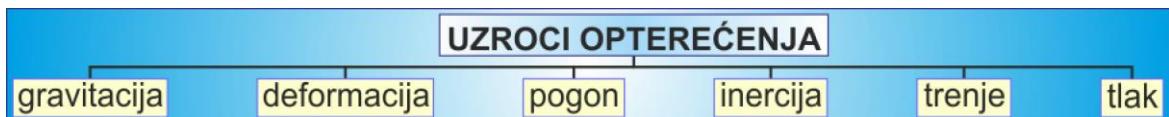
gdje je:  $F_{\text{rac}}$  – proračunsko opterećenje, N

$K_{\text{opt}}$  – faktor radnih uvjeta,

$F_{\text{nom}}$  – nominalno opterećenje, N

Faktor radnih uvjeta sadrži nepoznata vanjska i/ili unutarnja opterećenje strojnih dijelova, koja se pojavljuju tijekom rada stroja. S faktorom vanjskih uvjeta se u proračun (*dimenzioniranje*) strojnih dijelova uvodi određeni stupanj sigurnosti. Faktor radnih uvjeta je obično u granicama od 1,0 do 2,5 i više. Njegova vrijednost se određuje pomoću iskustvenih izraza, dijagrama i tablica, obzirom na poznate opće radne uvjete (*način rada, vrijeme rada, utjecaji okoliša, vrste otpora*), te prethodna iskustva u konstruiranju.

Opterećenja uzrokuju:



## Gravitacija

Uslijed djelovanja gravitacije element djeluje na hvatište ovjesa ili na podlogu silom:

$$F_g = m \cdot g$$

gdje je:  $F_g$  – težina elementa, N ,

$m$  – masa elementa, kg ,

$g$  – ubrzanje zemljine teže  $\approx 9,8 \text{ m/s}^2$  .

## Deformacija

Elementi se opterećuju:

- (c) elastičnim deformacijama drugih elemenata s kojima su u dodiru i
- (d) promjenama temperature u uvjetima ograničenih promjena dimenzija.

## Pogon

Tijekom pogona se javljaju pogonska opterećenja – element vršeći korisni rad mora savladavati određene otpore te pri tome biva opterećen. Opterećenje se javlja u obliku sile ili momenta. Pri prijenosu snage:

$$F = \frac{P}{V} \quad T = \frac{P}{\omega}$$

gdje je:  $P$  – snaga, W  
 $V$  – brzina, m/s  
 $\omega$  – kutna brzina, rad/s

## Inercija

Pri ubrzanjima ili usporenjima elemenata pojavljuju se inercijskih sile i momenti.

U slučaju pravocrtnog gibanja, inercijska je sila:

$$F_{in} = -m \cdot a$$

gdje je:  $m$  – masa elementa, kg ,  
 $a$  – aktualno ubrzanje, m/s<sup>2</sup> .

Pravac djelovanja inercijskih sila se poklapa s pravcem ubrzanja, a znak – je posljedica suprotnog smjera djelovanja inercijskih sila od smjera ubrzanja.

U slučaju kružnog gibanja inercijski je moment:

$$T_{in} = -J \cdot \alpha$$

gdje je:  $I$  – moment inercije, kg·m<sup>2</sup> ,  
 $\alpha$  – kutno ubrzanje, rad/s<sup>2</sup> .

Pored toga, kod kružnog gibanja su prisutne i centrifugalne sile:

$$F_{cf} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

Pravac djelovanja centrifugalnih sila se poklapa s pravcem normale a smjer je djelovanja od centra kružnog gibanja k vani.

## Opterećenje uslijed trenja

Na mjestima dodira i uzajamnog gibanja elemenata, pored normalne sile  $F_N$  javlja se i sila trenja  $F_{tr}$ : koje se protive uzajamnom gibanju. Sile trenja su neovisne o obliku i dimenzijama dodirnih površina a ovise o normalno sili:

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N$$

gdje je:  $F_{tr}$  – sila trenja, N ,  
 $\mu$  – koeficijent trenja, 1 ,  
 $F_N$  – normalna sila, N .

## Opterećenje uslijed tlaka fluida

Kada na površinu elementa djeluje tlak fluida javlja se sila pritiska  $p$  (en. pressure):

$$F_{\text{pr}} = p \cdot A$$

gdje je:  $p$  – tlak fluida,  $\text{N/m}^2$ ,  
 $A$  – površina na koju djeluje tlak,  $\text{m}^2$ .

## Mehanička opterećenja uslijed promjena temperature

Kod slobodnih elemenata pri zagrijavanju neće doći do pojave naprezanja. Uslijed porasta temperature  $\Delta\vartheta$  element se samo prodluži za  $\Delta L$ .

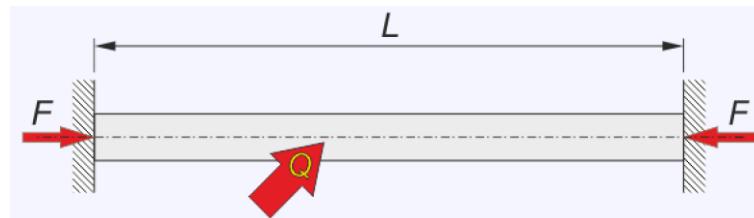
$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta\vartheta$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta\vartheta$$

gdje je:  $E$  – modul elastičnosti,  $\text{mm}$   
 $\alpha$  – koeficijent toplinskog linearног rastezanja,  $^{\circ}\text{C}^{-1}$   
 $\Delta L$  – promjena duljine elementa,  $\text{mm}$   
 $L$  – početna duljina elementa,  $\text{mm}$   
 $\Delta\vartheta$  – promjena temperature,  $^{\circ}\text{C}$

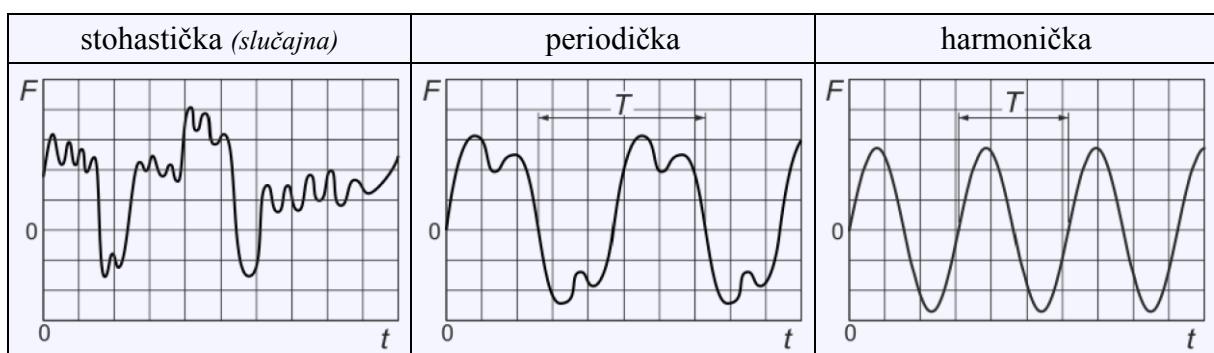
Ako je element uklješten, pri porastu temperature javlja naprezanje  $\sigma$ :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta$$



### 2.3.2 Dinamička opterećenja

Dinamička opterećenja – tijekom vremena mijenjaju se brojčane vrijednosti, hvatišta, pravci i/ili smjerovi opterećenja. Prema dinamici razlikuju se opterećenja:



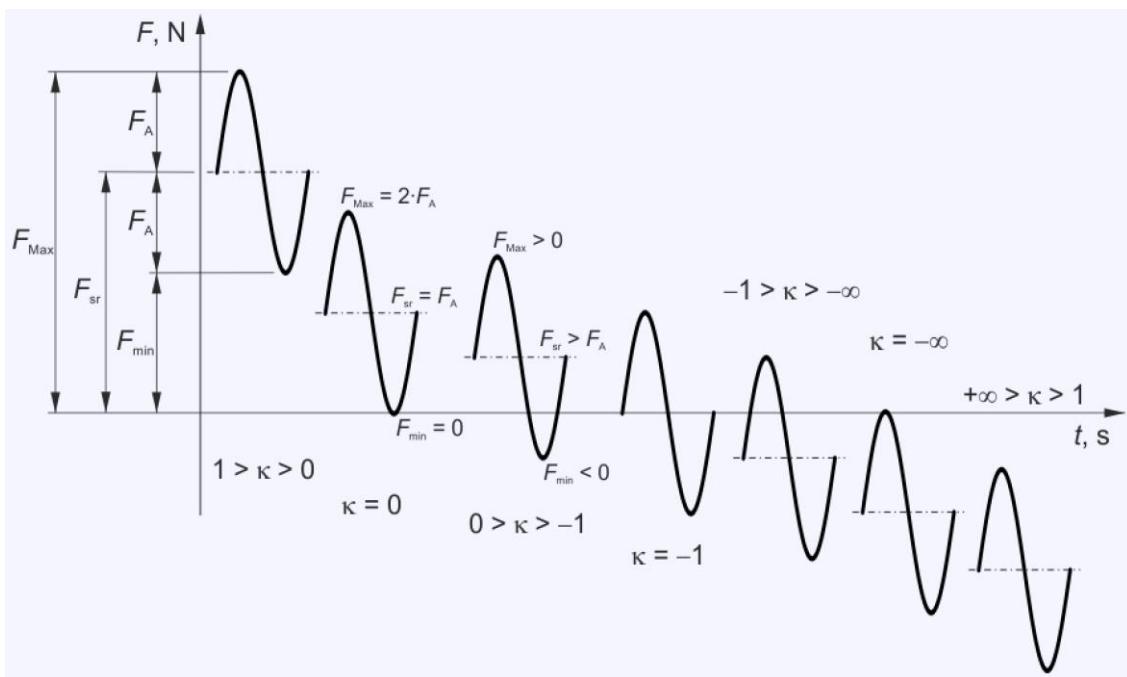
Razlikuju se i udarna opterećenja, pri kojima se vrijednosti opterećenja mijenja skokovito u vrlo kratkom vremenskom intervalu (*kratkotrajni impulsi*).

S obzirom na smjer djelovanja dinamička se opterećenja dijele na:

- istosmjerna
- izmjenična

Kod proračuna dinamički opterećenih elemenata, najčešće se polazi od sličnih harmonijskih opterećenja, a dodatni nepogodni utjecaji se obuhvaćaju faktorima radnih uvjeta. Karakteristike su harmonijskog opterećenja:

Amplituda	Srednje opterećenje	Koeficijent asimetrije
$F_A = \frac{F_{\text{Max}} - F_{\text{min}}}{2}$	$F_{\text{sr}} = \frac{F_{\text{Max}} + F_{\text{min}}}{2}$	$\kappa = \frac{F_{\text{min}}}{F_{\text{Max}}}$



Za statičko opterećenje:  $\kappa = 1$ .

- jednosmjerno dinamičko opterećenje
- impulsno dinamičko opterećenje
- izmjenično dinamičko opterećenje
- čisto izmjenično opterećenje

Statičko opterećenje:  $\kappa = 1$ .

U strojarskim su sustavima česte dvije vrste dinamičkog opterećenja:

1. pulzirajuće opterećenje:

$$F_{\text{min}} = 0, \quad F_A = F_{\text{max}}/2, \quad F_{\text{sr}} = F_{\text{Max}}/2, \quad \kappa = 0$$

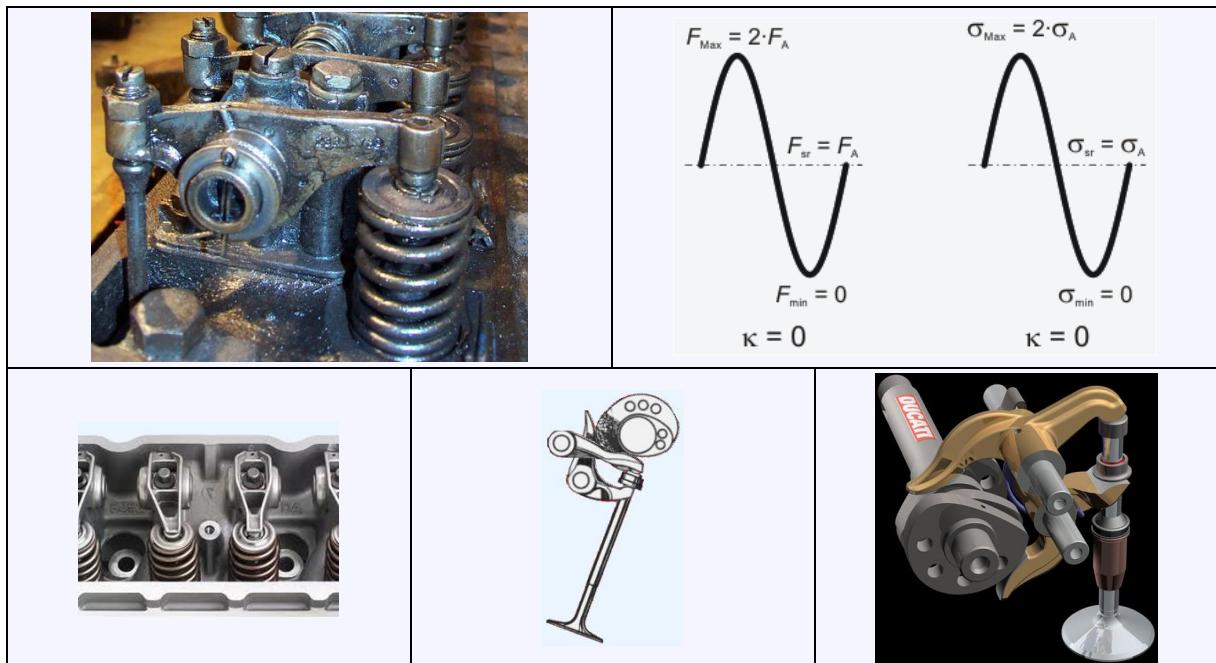
2. titrajuće opterećenje:

$$F_{\text{min}} = -F_A, \quad F_A = F_{\text{max}}, \quad F_{\text{sr}} = 0, \quad \kappa = -1$$

Dinamička opterećenja (*izuzev titrajućeg s  $F_{sr} = 0$* ) mogu se opisati kombinacijom statičkog opterećenja  $F_{sr}$  i titrajućeg opterećenja amplitude  $F_A$ .

Isti se pristup koristi za opterećenja silama i momentima (*torzije T i savijanja M<sub>s</sub>*), te za naprezanja.

U klackalicama za otvaranje/zatvaranje ventila motora SUI opterećenja izazivaju pulzirajuće naprezanje na savijanje.



## Koncentracija naprezanja pri dinamičkom opterećenju

Pri dinamičkim opterećenjima na mjestima najveće koncentracije naprezanja dolazi do zamora materijala, stvaranja mikro pukotina koje same koje su u biti novi koncentratori.

Iz tog je razloga proračun koncentracije naprezanja osobito važan kod dinamički opterećenih konstrukcijskih elemenata.

Efektivni faktor koncentracije naprezanja – određuje se eksperimentalno uz pomoć glatke probne epruvete i epruvete s odgovarajućim koncentratorom naprezanja te različitim vrstama opterećenja (*vlak/tlak, savijanje i torzija*):

$\beta_k = \frac{R_{d-1}}{R_{d-1k}}$	$\beta_{ks} = \frac{R_{ds-1}}{R_{ds-1k}}$	$\beta_{kt} = \frac{R_{dt-1}}{R_{dt-1k}}$
--------------------------------------	---	---

## Veza između $\alpha_k$ i $\beta_k$

Prema Thumu:

$$\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)$$

Faktor osjetljivosti materijala na koncentraciju naprezanja:

$$\eta_k = \frac{1}{1 + \frac{8}{\rho} \left( 1 - \frac{R_{p0,2}}{R_m} \right)^3}$$

gdje je:  $\rho$  – polumjer zakrivljenosti na mjestu koncentratora naprezanja, mm

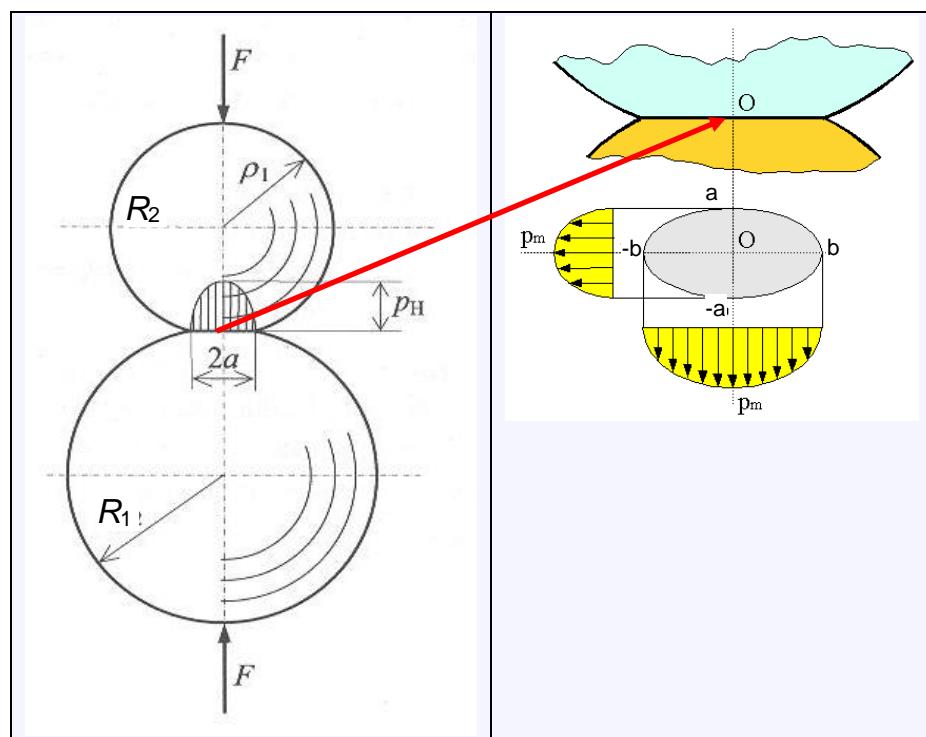
### 2.3.3 Kontaktna naprezanja

Kontaktna naprezanja (*pritsci*) nastaju na mjestu gdje se dva elementa dodiruju i uzajamno djeluju silom okomitom na dodirnu površinu.

Dodirne su površine najčešće malih dimenzija te se javljaju velika lokalna naprezanja.

Za kugle i valjke su utvrđeni analitički izrazi za pritiske i naprezanja (*Hertzovi kontaktni problemi*).

#### Dodir dvije kugle



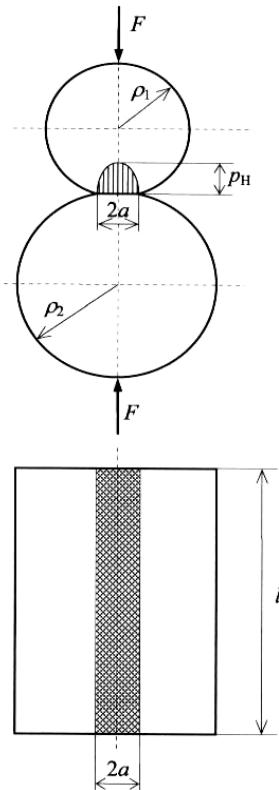
Maksimalni dodirni pritisak:

$$p_H = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{6F}{R^2} \frac{1}{\left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)^2}}$$

Maksimalno tangencijalno naprezanje:

$$\tau_{\max} = 0,31 \rho_H \text{ na dubini } 0,47 \cdot a$$

### Dodir dva valjka



Maksimalni dodirni pritisak:

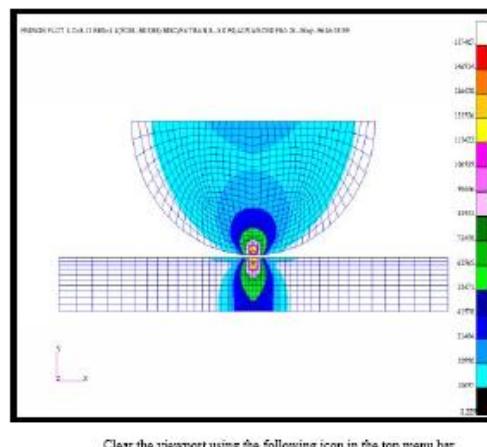
$$\rho_H = - \sqrt{\frac{F}{\pi I R^2} \frac{1}{\left( \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}}$$

Maksimalno smično naprezanje:

$$\tau_{\max} = 0,3 \rho_H \text{ na dubini } 0,79 \cdot a$$

Za rješavanje problema kontaktnih pritisaka i naprezanja kod geometrija elemenata različitih od kugla/kugla i valjak/valjak (*ne-Hertzovi kontaktni problemi*) koriste se računalno podržane numeričke metode.

Područja tlakova se opisuju različitim bojama:



## 2.4 Konstrukcijski materijali

### 2.4.1 Proces deformiranja pri opterećivanju

#### Dijagrami naprezanje – deformacija

Ovisnost naprezanja  $\sigma$  i deformacije  $\varepsilon$  određuje se na kidalici (*vlačno opterećenje*), s epruvetama (*ispitivani uzorci*) normiranih oblika i dimenzija.

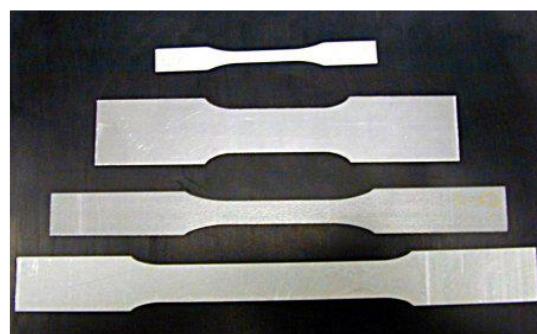
*Kidalica*

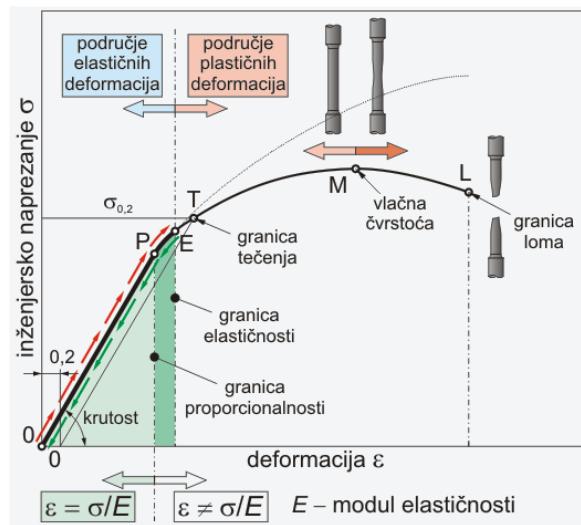


[Gere (2011), str. 16]



*Epruvete*





[Gere (2011), str. 18]



## 2.4.2 Svojstva i mehaničke karakteristike materijala

**Čvrstoća** opisuje sposobnost tijela da prenese opterećenja bez pojave oštećenja (*plastične deformacije, pukotine, lom*).

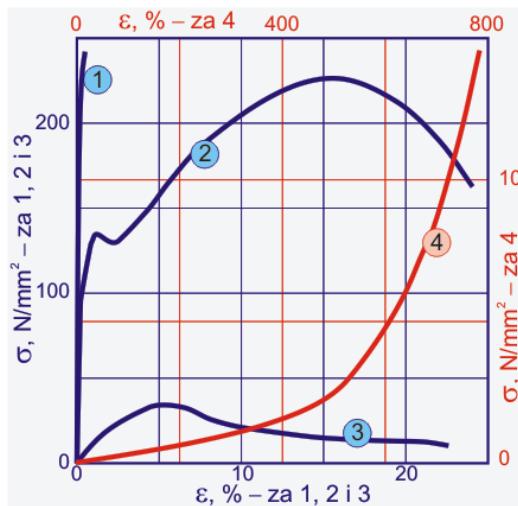
**Tvrdoća** opisuje otpornost lokalnom prodiranju tijela.

**Žilavost** opisuje rad uložen u izazivanje loma.

**Elastičnost** opisuje sposobnost tijela da se po prestanku djelovanja opterećenja vrati u svoj prvotni oblik (*uključivo dimenzije*).

**Duktilnost** opisuje svojstvo materijala da se značajnije deformira prije pojave loma.

**Krhkost** opisuje sklonost materijala pojavi loma bez značajnih plastičnih deformacija.



1. Keramika – aluminijski oksid,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , (velika čvrstoća, velika krhkost),
2. Metal – niskougljični čelik, ima relativno usko područje elastičnih deformacija i široko, manje ili više nepravilno područje plastičnih,
3. Plastomer – poli(etyl-metakrilat) pri 122 °C, ima sličnu ovisnost  $\sigma_v = f(\varepsilon)$  kao i metal, ali uz značajno niža vlačna naprezanjima,
4. Elastomer – umrežena prirodna guma, u širokom je području elastična, ali ne vrijedi Hookeov zakon (mala čvrstoća, velika duktilnost).

## Mehaničke karakteristike materijala

### Čvrstoća materijala

**Granica elastičnosti**,  $R_E$  – najveće naprezanje kod kojeg još ne nastupa trajna deformacija.

**Granica proporcionalnosti**,  $R_p$  – najveće naprezanje koje još prati proporcionalna deformacija, te kod koga još vrijedi Hookov zakon:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

gdje je:  $E$  – modul elastičnosti, N/mm<sup>2</sup>

Iznad granice proporcionalnosti deformacije brže rastu od naprezanja (*korišteni način prikaza dijagrama  $\sigma = f(\varepsilon)$  zbunjuje nedovoljno informirane*).

**Granica razvlačenja**,  $R_e$ , N/mm<sup>2</sup> : najniže naprezanje kod koga počinje “tečenje” materijala – i pri malim povećanjima naprezanja dolazi do velikih deformacija (*ne važi Hookov zakon*)..

**Konvencionalna granica razvlačenja**,  $R_{p,0,2}$ , N/mm<sup>2</sup> : nakon prekida vlačnog opterećenja zaostaje deformacija od  $\varepsilon = 0,2\%$ .

**Granica plastičnosti** – minimalno naprezanje kod koga je plastična deformacija očigledna. U elementi strojeva se ne smije pojaviti naprezanja iznad granice plastičnosti (*uzrokuje trajnu deformaciju*). Pri konstruiranju dijela odabire se materijal koji ima dovoljno visoku granicu plastičnosti ili se usvajaju dovoljno velike dimenzije.

**Čvrstoća,  $R_m$ , N/mm<sup>2</sup>** : maksimalno naprezanje koje se može postići pri kvazistatičkom opterećivanju normirane epruvete.

**Granica loma,  $R_k$**  – naprezanje kod kojeg dolazi do pojave loma.

**Lomna žilavost,  $K_{IC}$ , N/m<sup>3/2</sup>** : pokazatelj otpora materijala širenju pukotine.

## Krutost

**Modul elastičnosti,  $E$ , kN/mm<sup>2</sup>** : omjer naprezanja i deformacija u elastičnom području:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \text{ N/mm}^2 \quad \sigma = \frac{F}{A}, \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}, 1$$

**Istezljivost,  $A$ , %** : deformacija normirane epruvete definiranih dimenzija pri pojavi loma.

## Tvrdoća

**Tvrdoća po Vickersu,  $HV$ , 1** : pokazatelj otpornosti materijala prodiranju normirane dijamantne piramide definiranih dimenzija, opterećene definiranom silom.

## Dinamička čvrstoća

Oprema laboratorija za ispitivanje zamorne čvrstoće i mehanike loma:

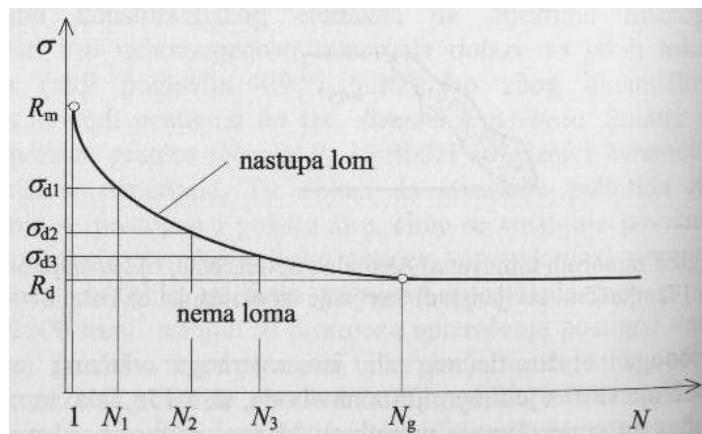


Karakteristika čvrstoće relevantna za dinamička naprezanja elemenata jest dinamička čvrstoća (*granica zamora*). Određuje se ispitivanjem na zamor samog elementa, ili češće, na temelju ispitivanja na zamor probne epruvete, izrađene od istog materijala kao i strojni element.

Epruvete i postupak ispitivanja su normirani. Najčešće se koristi okrugla epruveta promjera 7 mm s poliranim površinama. Epruvete se izlažu dinamičkim opterećenjima određenog intenziteta, sve do pojave loma.

### Wöhlerov dijagram

Normirana epruveta se podvrgava vlačnim dinamičkim naprezanjima  $\sigma_{dx}$  ( $X = 1, 2, 3, \dots, g$ ), manjim od  $R_m$  koja izazivaju zamorni lom nakon određenog broja promjena opterećenja  $N_x$ .



Pokusi se ponavljaju s novim epruvetama, sa sve manjim naprezanjima dobivajući sve veće brojeve ciklusa do zamornog loma. Pri dovoljno malom naprezanju ne dolazi do zamornog loma pri broju ciklusa jednakom ili većem od  $N_g$ . To se naprezanje naziva trajnom dinamičkom čvrstoćom  $R_d$ .

Trajna dinamička čvrstoća  $R_d$  najveće je dinamičko naprezanje koje materijal može podnijeti pri neograničenom broju ciklusa  $N$  bez pojave zamornog loma.

U Wöhlerovom dijagramu dva su područja – za određenu kombinaciju naprezanja i broja ciklusa:

- iznad krivulje dolazi do zamornog loma
- ispod krivulje ne dolazi do zamornog loma.

Granični broj ciklusa  $N_g$  je:

- |               |                                   |
|---------------|-----------------------------------|
| • čelik       | $2 \cdot 10^6 \div 1 \cdot 10^7$  |
| • laki metali | $5 \cdot 10^7 \dots 1 \cdot 10^8$ |

Jednadžba Wöhlerove krivulje:

$$R_x^m N_x = R_d^m N_g = \text{konst.}$$

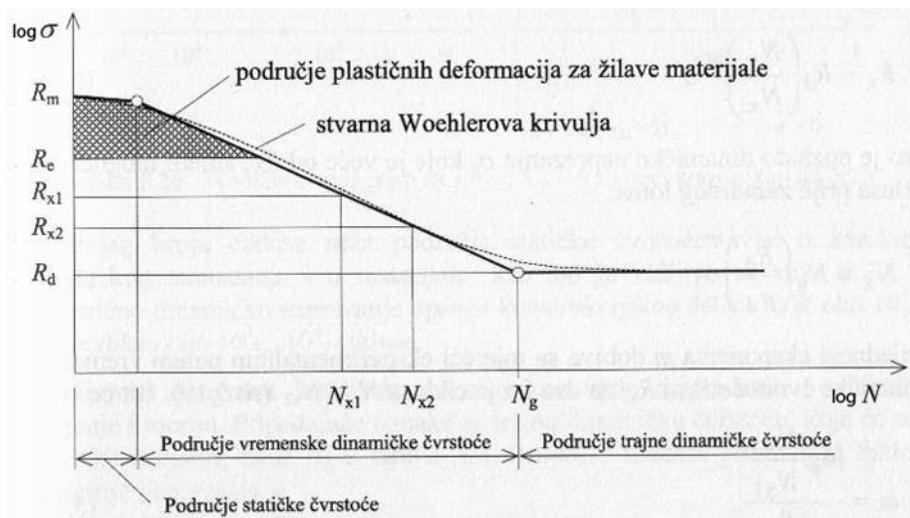
gdje je:  $R_x$  – vremenska dinamička čvrstoća za trajnost od  $N_x$  ciklusa

$R_d$  – trajna dinamička čvrstoća

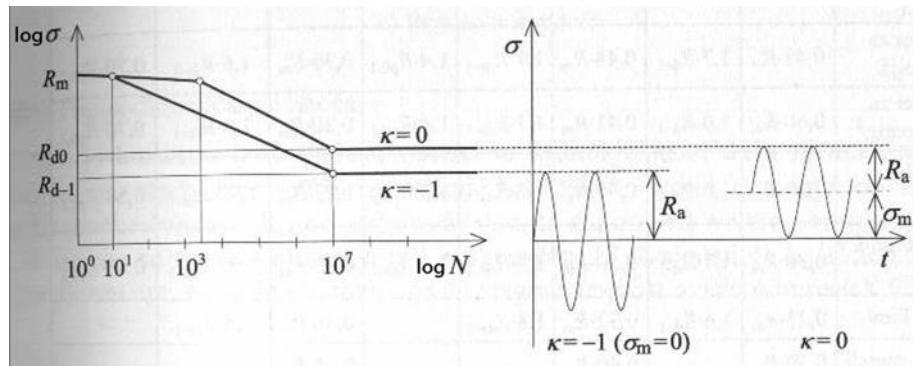
$m$  – eksponent Wöhlerove krivulje (nagib krivulje u logaritamskim koordinatama),

$m = 4 \div 10$  ovisno o materijalu, obliku elementa (spoju) te vrsti naprezanja

Wöhlerov dijagram u logaritamskom koordinatnom sustavu:



Tijek Wöhlerovih krivulja u ovisnosti o faktoru asimetrije  $\kappa$



gdje je:  $R_a$  – amplituda dinamičke čvrstoće

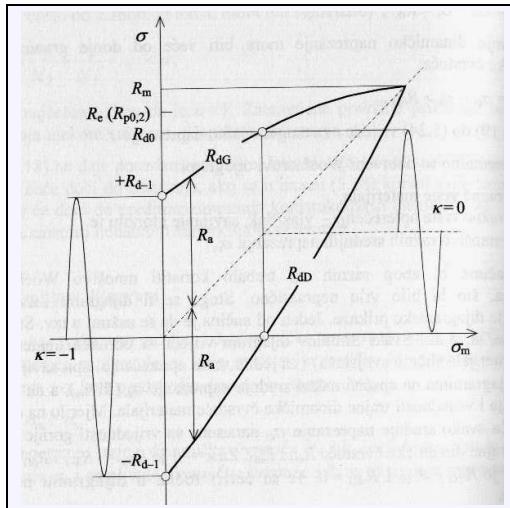
Oznake za trajnu dinamičku čvrstoću – prema vrsti dinamičkog naprezanja i faktoru asimetrije:

Opterećenje	Vlak/tlak	Savijanje	Torzija
Izmjenično dinamičko ( $\kappa = -1$ )	$R_{d-1}$	$R_{ds-1}$	$R_{dt-1}$
Ishodišno dinamičko ( $\kappa = 0$ )	$R_{d0}$	$R_{ds0}$	$R_{dt0}$

### Smithov dijagram

**Smithov dijagram** – ovisnost dinamičke čvrstoće o srednjem naprezanju

Opisuje promjene dinamičke čvrstoće za različite  $\sigma_m / \tau_m$ , (razlike vrste dinamičkih naprezanja) za određeni materijal ili grupu materijala sličnih svojstava.



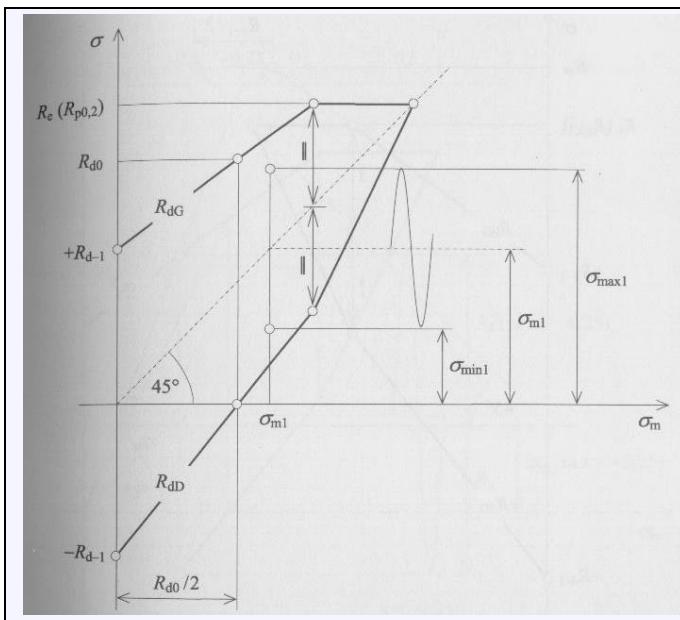
Za svako srednje naprezanje nanesene su vrijednosti gornje i donje granice trajne dinamičke čvrstoće  $R_{dG}$  i  $R_{dD}$

- apscis: srednje naprezanje  $\sigma_m$  ili  $\tau_m$
- ordinata: trajna dinamička čvrstoća

$$\begin{aligned}\kappa = -1 &\Rightarrow R_{dG} = +R_{d-1} \text{ i } R_{dD} = -R_{d-1} \\ \kappa = 0 &\Rightarrow R_{dG} = +R_{d0} \text{ i } R_{dD} = -R_{d0}\end{aligned}$$

### Modificirani Smithov dijagram

- odbačen dio dijagrama iznad granice tečenja  $R_e$  ( $R_{p0,2}$ )
- krivulje zamijenjene s pravcima



Podaci potrebni za crtanje:

$$R_{d-1}$$

$$R_{d0}$$

$$R_e (R_{p0,2})$$

Određivanje dinamičke čvrstoće  $R_a$  za poznati  $R_{d-1}$ .

Ako je poznat faktor asimetrije  $\kappa$ :

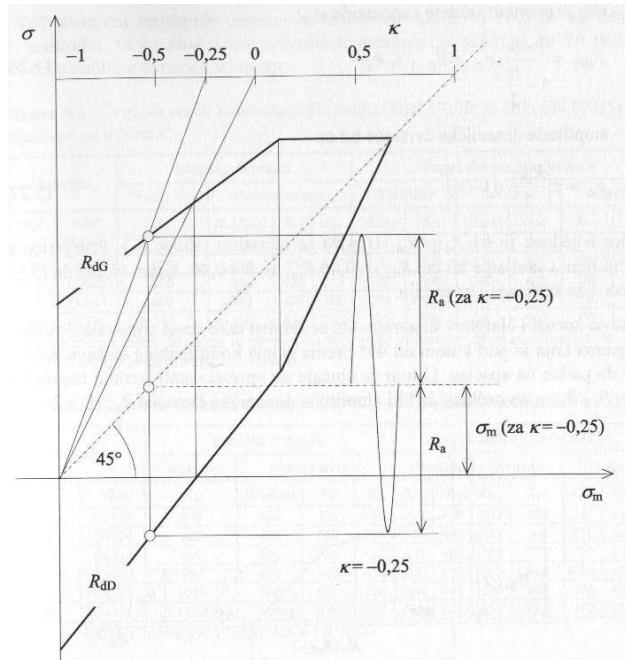
$$R_{dG} \approx \frac{R_{d-1}}{(1-\kappa) \cdot \left( \frac{1}{1+\kappa} - \frac{1-b}{2-b} \right)} \leq R_e$$

Ako je poznato srednje naprezanje  $\sigma_m$ :

$$R_{dG} \approx \frac{1-b}{1-\frac{b}{2}} \sigma_m + R_{d-1} \leq R_e$$

Amplituda dinamičke čvrstoće bit će:

$$R_a \approx \pm \left| \frac{R_{dG}}{2} \cdot (1-\kappa) \right|$$



### 2.4.3 Promjene mehaničkih karakteristika tijekom vremena

**Promjene mehaničkih karakteristika uslijed obrade elemenata**

**Promjene mehaničkih karakteristika uslijed djelovanja okoline**

#### Zamor materijala i lom

Zamor materijala – element dulje vremena podvrgnut dinamičkim naprezanjima, lomi se pri naprezanjima znatno manjim od  $R_m$  ( $R_e$ ,  $R_{p0,02}$ ).

Lomovima zbog zamora materijala ne prethodi razvlačenja materijala (*bez plastične deformacije i smanjenja presjeka*), neovisno vrstama materijala i naprezanja.



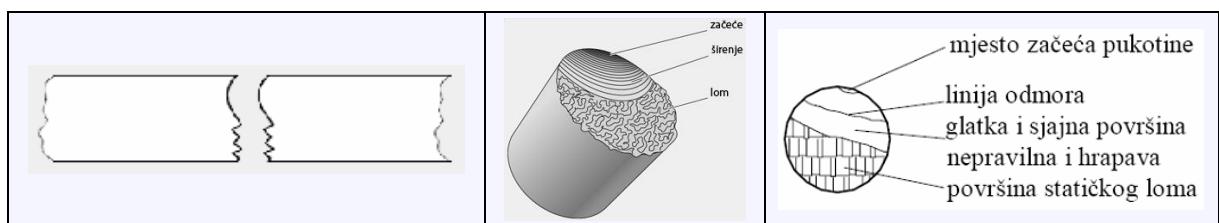
Zamor počinje začećem inicijalne (*mikro*) pukotine duljine reda veličine kristalnog zrna (oko  $0,05\text{ mm}$ ), a začeće pukotine započinje gomilanjem plastičnih deformacija na mjestima mikrokoncentracije naprezanja.

Inicijalne mikropukotine naprezanja su najčešće na površini dinamički napregnutog elementa, na dnu površinskih neravnina, u okolini nehomogenosti (*gubitak ugljika pri kovanju ili uključci pri lijevanju, produkti korozije*).

Širenja pukotine traje sve dok naprezanja u ostatku presjeka ne dostignu vrijednost  $R_m$  ( $R_e$ ,  $R_{p0,02}$ ), nakon čega nastaje lom.

Na površini loma uslijed zamora materijala su dvije jasno izražene zone:

- zonu širenja pukotine – glatka (*hrapavost na nivou kristalnih zrna*) i
- zonu statičkog loma – nepravilna, grubo hrapava (*karakteristične za staticki lom*)



#### 2.4.4 Izbor materijala

tablice što se za što koristi Kraut ?

## 2.5 Proračuni jednostavnih elemenata

### 2.5.1 Načela proračuna

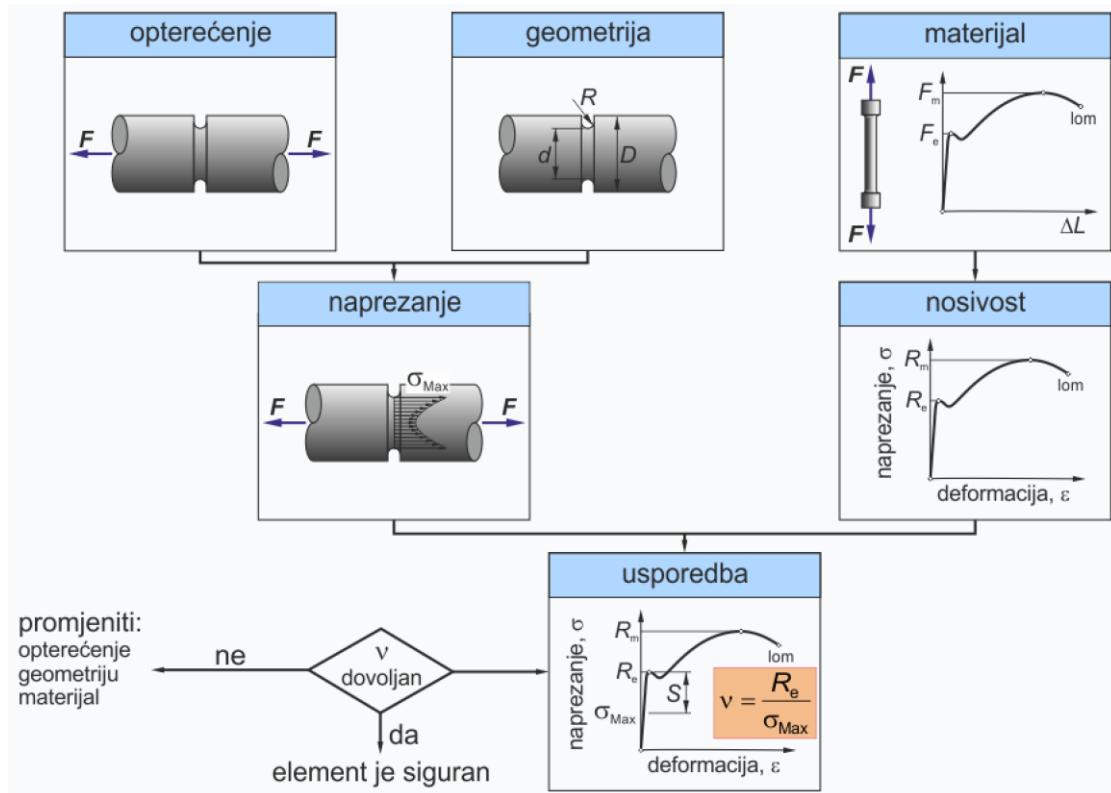
#### Složena opterećenja

Pri usvajanju (*određivanje i prihvaćanje*) dimenzija elemenata potrebno je imati na umu ispunjavanje kriterija čvrstoće: naprezanje koje se javlja u bilo kojoj točki elementa ne smije biti veće od dopuštenog naprezanja:

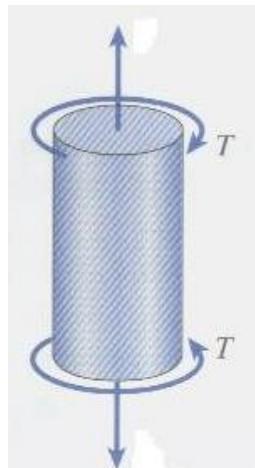
$$\sigma \leq \sigma_{\text{dop}} \quad \tau \leq \tau_{\text{dop}}$$

Dopušteno se naprezanje određuje u odnosu na kritično stanje u kom element ne može valjano ispunjavati svoju funkciju. Kritična su stanja za statička opterećenja:

- **žilavi materijali** – pojava plastičnih, trajnih deformacija, a to znači da su naprezanja bila veća od granice elastičnosti  $R_e$  ( $R_{p0,02}$ ).
- **krhki materijali** – pojava statičkog loma, a to znači da je naprezanje bilo veće od vlačne čvrstoće  $R_m$ .



U praksi je najčešće stanje složenog naprezanja, s više istovremenih različitih opterećenja.



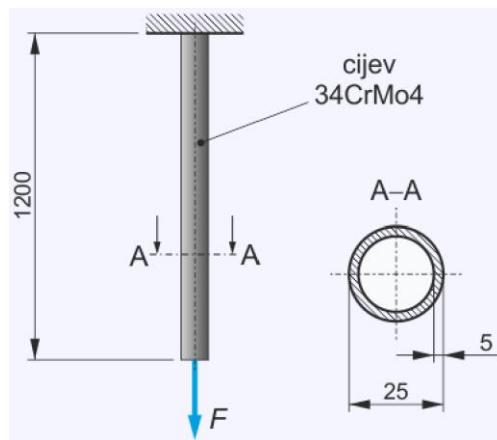
Teorijama čvrstoće se na jednostavan način postoji složeno stanje naprezanja svodi na ekvivalentno naprezanje  $\sigma_e$  (jednakovrijedno jednoosno stanje naprezanja). Najčešće se primjenjuju sljedeće teorije:

- najvećeg normalnog naprezanja – vlačno opterećeni krhki materijali
- najveće dilatacije – krhki materijali
- najvećeg tangencijalnog naprezanja – žilavi materijali
- najveće energije deformacije: materijal može primiti energiju jednaku energiji koju primi prilikom razvlačenja na kidalici do granice tečenja – žilavi materijali

### 2.5.2 Primjeri proračuna (1): rastezanje, sabijanje, čisto savijanje

#### Rastezanje

**Primjer P-02.01** Cijev prikazana na skici, izrađena od čelika za poboljšanje 34CrMo4, opterećena je vlačnom silom od 60 kN. [Läpple (2008), str. 5/22]



Karakteristike su materijala 34CrMo4:

konvencionalna granica tečenja:	$R_{p0,2} = 680 \text{ N/mm}^2$
vlačna čvrstoča:	$R_m = 1050 \text{ N/mm}^2$
modul elastičnosti:	$E = 208000 \text{ N/mm}^2$
Poissonov koeficijent:	$\nu = 0,30$

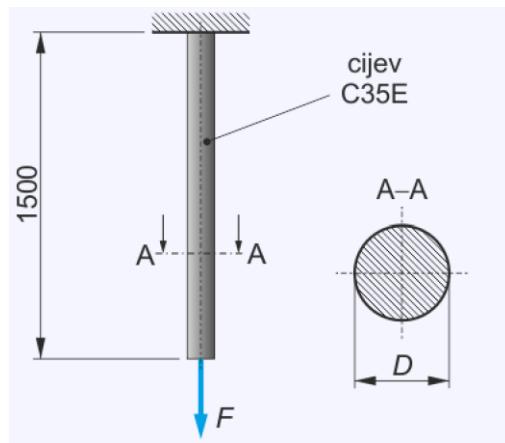
**Odrediti:**

- Normalno naprezanje ( $\sigma$ ) u vlačno opterećenoj cijevi.
- Faktore sigurnosti od: tečenja ( $\nu_p$ ) i loma ( $\nu_m$ ) te na temelju rezultata zaključiti jesu li dovoljno veliki.
- Produljenje cijevi  $\Delta L$  pri zadatom opterećenju.
- Dozvoljenu vlačnu silu ( $F_1$ ) za suženje ograničeno na  $\Delta D_{1,\text{Max}} = 0,01 \text{ mm}$ .
- Potrebnu debljinu zida ( $s_2$ ) cijevi (34CrMo4,  $D = 25 \text{ mm}$ ,  $L = 1,2 \text{ m}$ ) opterećene vlačnom silom  $F_2 = 150 \text{ kN}$  za faktor sigurnosti od tečenja  $\nu_p = 1,4$ .

**Rješenje:**

- $\sigma = 340 \text{ N/mm}^2$ .
- $\nu_p = 2,00$ ;  $\nu_m = 3,09$ ;  $\nu_p > 1,20$  – dovoljan;  $\nu_m > 2,0$  – dovoljan.
- $\Delta L = 1,96 \text{ mm}$ .
- $F_{1,\text{doz}} = 49 \text{ kN}$ .
- $s_2 = 4,9 \text{ mm}$

**Primjer P-02.02** Štap prikazan na skici, od čelika za poboljšanje C35E, opterećena je vlačnom silom od 15500 N. [Läpple (2008), 5/24 str]



Karakteristike su materijala 34CrMo4:

granica tečenja:	$R_e = 430 \text{ N/mm}^2$
vlačna čvrstoča:	$R_m = 630 \text{ N/mm}^2$
modul elastičnosti:	$E = 210000 \text{ N/mm}^2$

**Odrediti:**

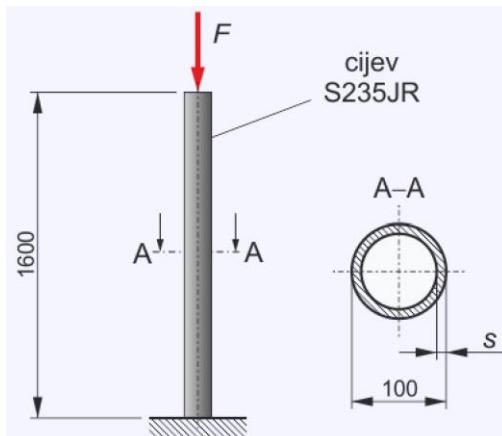
- (a) Promjer štapa ( $D$ ) potreban za sigurno korištenje ( $v_p = 1,5$  i  $v_m = 2,0$ ).
- (b) Produljenje ( $\varepsilon$ ) i apsolutno produljenje ( $\Delta L$ ) štapa pri vlačnom opterećenju zadatom silom.
- (c) Vlačnu silu ( $F_L$ ) pri kojoj dolazi do loma štapa.

**Rješenje:**

- (a)  $D = 8,29 \text{ mm}$ .
- (b)  $\varepsilon = 0,137 \%$ .
- (c)  $\Delta L = 1,96 \text{ mm}$ .
- (d)  $F_L = 34,1 \text{ kN}$ .

### Sabijanje

Primjer **P-02.03** Cijev prikazan na skici, od čelika za poboljšanje S235JR, opterećena je tlačnom silom od 120 kN. [Läpple (2008), str. 9/34]



Karakteristike su materijala 34CrMo4:

granica tečenja:	$R_e = 235 \text{ N/mm}^2$
vlačna čvrstoća:	$R_m = 390 \text{ N/mm}^2$
modul elastičnosti:	$E = 210000 \text{ N/mm}^2$

**Odrediti:**

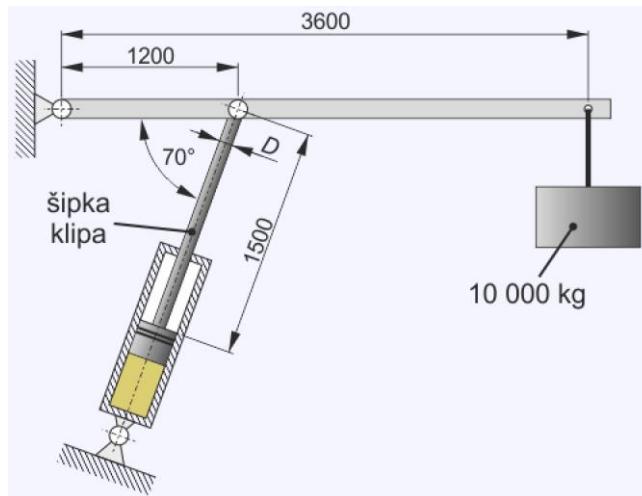
- (a) Na koji način može doći do otkaza cijevi.
- (b) Potrebnu debljinu zida cijevi ( $s$ ) opterećene zadatom tlačnom silom za faktor sigurnosti  $v_p = 1,5$ .
- (c) Apsolutno skraćenje ( $\Delta L$ ) cijevi debljine zida izračunatog pod (b) pri opterećenju zadatom silom.

**Rješenje:**

- (a) Plastičnim deformiranjem i izvijanjem.
- (b)  $s = 2,5 \text{ mm}$ .

(c)  $\Delta L = 1,19 \text{ mm}$ .

**Primjer P-02.04** Hidraulička dizalica, prikazan na skici, namijenjena je podizanju tereta do 10 000 kg ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ). Šipka klipa je izrađena od poboljšanog čelika za poboljšanje 34CrMo4. [Läpple (2008), str. 10/35]



Karakteristike su materijala 34CrMo4:

granica tečenja:	$R_{p,0,2} = 235 \text{ N/mm}^2$
vlačna čvrstoča:	$R_m = 390 \text{ N/mm}^2$
modul elastičnosti:	$E = 210000 \text{ N/mm}^2$
Poissonov koeficijent:	$\nu = 0,30$

**Odrediti:**

- Potrebni presjek ( $D$ ) za opterećivanje uz faktor sigurnosti  $\nu_p = 1,2$ .
- Apsolutno skraćenje ( $\Delta L$ ) šipke promjera izračunatog pod (a) pri opterećenju izazvanom podizanjem mase od 10 000 kg.
- U drugoj izvedbi usvojena je šipka klipa promjera  $D = 80 \text{ mm}$ . Odrediti najveću masu kojom se može opteretiti dizalicu ako je najveće dozvoljeno povećanje promjera šipke  $0,015 \text{ mm}$ .

**Rješenje:**

- $D = 28,7 \text{ mm}$ .
- $\Delta L = 3,45 \text{ mm}$ .
- $m = 21\,100 \text{ kg}$ .

## Čisto savijanje

**Primjer P-02.07** Kutijasti nosač, prikazan na skici, izrađen je od nelegiranog čelika S275JR te opterećen statičkom silom od 25 kN. [Läpple (2008), str. 11/38]

### Aufgabe 2.12

Der dargestellte Kastenträger aus Werkstoff S275JR ist beidseitig gelenkig gelagert und wird durch die statisch wirkende Kraft  $F = 25 \text{ kN}$  auf Biegung beansprucht. Das Eigengewicht des Trägers sowie Schubspannungen durch Querkräfte sollen vernachlässigt werden.

Berechnen Sie die mindestens erforderliche Wandstärke  $s$ , damit Fließen mit Sicherheit ( $S_F = 1,5$ ) ausgeschlossen werden kann.

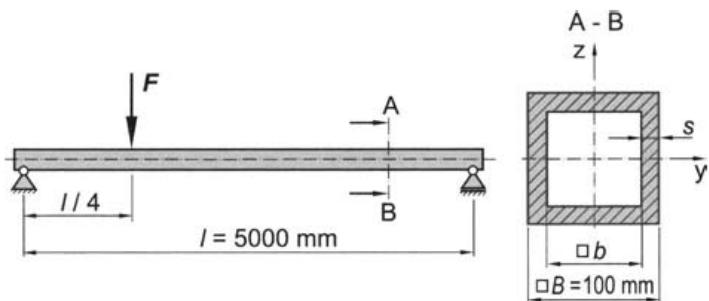
Werkstoffkennwerte S275JR:

$$R_e = 275 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 540 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 208000 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = 0,30$$



**Primjer P-02.08** T nosač, prikazan na skici, izrađen je od nelegiranog čelika S355J2 te opterećen statičkom silom od 1 kN. [Läpple (2006), str. 11/39]

### Aufgabe 2.13

Ein einseitig eingespannter T-Träger aus dem unlegierten Baustahl S355J2 wird durch die statisch wirkende Kraft  $F = 1 \text{ kN}$  auf Biegung beansprucht. Das Eigengewicht des Trägers, Schubspannungen durch Querkräfte sowie die Kerbwirkung an der Einspannstelle sollen bei allen Aufgaben teilen vernachlässigt werden.

Werkstoffkennwerte S355J2:

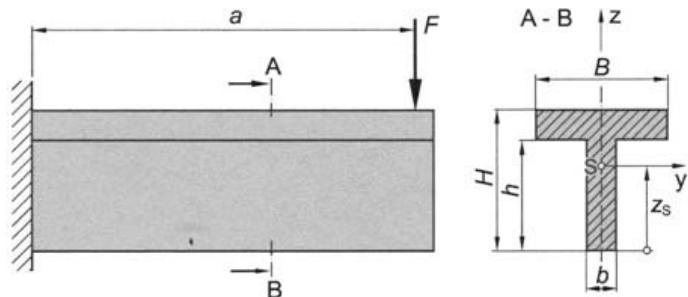
$$R_e = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 610 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 212000 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = 0,30$$

- Bestimmen Sie die Lage  $z_s$  des Flächenschwerpunktes  $S$  und berechnen Sie das axiale Flächenmoment 2. Ordnung ( $I_y$ ) sowie das axiale Widerstandsmoment ( $W_{by}$ ) bezüglich der y-Achse.
- Ermitteln Sie die Sicherheit  $S_F$  gegen Fließen für die höchst beanspruchte Stelle.
- Für eine Konstruktionsvariante soll die Länge des T-Trägers auf  $a^* = 1500 \text{ mm}$  erhöht werden. Die Belastung von  $F = 1 \text{ kN}$  bleibt unverändert. Ermitteln Sie das mindestens erforderliche axiale Widerstandsmoment ( $W_{by}^*$ ), falls eine Sicherheit von  $S_F = 1,5$  gegen Fließen gefordert wird.



Abmessungen des T-Trägers:

$$a = 1000 \text{ mm}$$

$$H = 60 \text{ mm}$$

$$h = 40 \text{ mm}$$

$$B = 60 \text{ mm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

### 2.5.3 Primjeri proračuna (2): smicanje, uvijanje

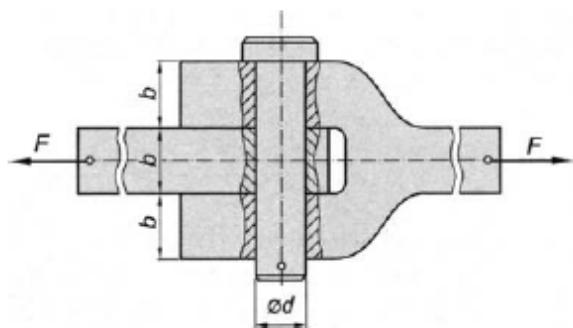
#### Smicanje

**Primjer P-02.05** Labavi spoj, prikazan na skici, treba prenijeti silu od  $35 \text{ kN}$ . Za izradu spoja korišten je nelegirani čelik E295. [Läpple (2006), str. 16/53]

### Aufgabe 2.23

Über eine einfache Laschenverbindung aus unlegiertem Baustahl E295 ( $R_e = 295 \text{ N/mm}^2$ ;  $R_m = 490 \text{ N/mm}^2$ ;  $\tau_{ab} = 150 \text{ N/mm}^2$ ) soll eine Kraft von  $F = 35 \text{ kN}$  übertragen werden.

- Ermitteln Sie den Durchmesser  $d$  des Bolzens, damit eine sichere Kraftübertragung erfolgen kann ( $S_B = 2,0$ ).
- Bestimmen Sie für den Bolzen gemäß Aufgabenteil a) die maximale Biegespannung  $\sigma_b$ . Zwischen Bolzen und Laschen soll dabei ausreichend Spiel bestehen. Das Maß  $b$  soll 20 mm betragen.
- Berechnen Sie die maximale Flächenpressung  $p$  in der Laschenverbindung.

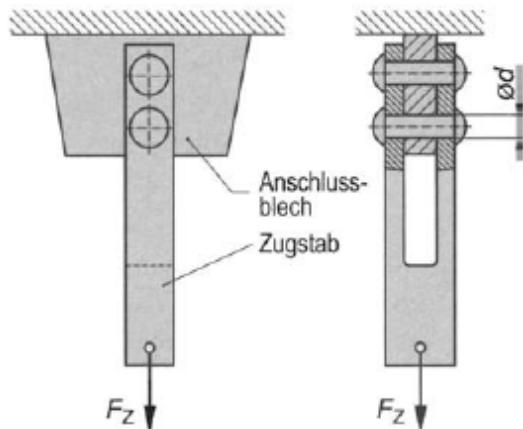


**Primjer P-02.06** Ovjes sa zakovičnim spojem, prikazan na skici, treba prenijeti silu od 100 kN sa stupnjem sigurnosti  $v_p = 3,5$ . Za izradu zakovica korišten je čelik C22. [Läpple (2006), str. 17/57]

### Aufgabe 2.27

Der dargestellte Zugstab wird durch zwei Stahlnieten mit dem Anschlussblech verbunden (jeweils zweischnittige Nietverbindung).

Ermitteln Sie den erforderlichen Durchmesser  $d$  der Nieten, damit eine statisch wirkende Zugkraft von  $F_Z = 100 \text{ kN}$  mit Sicherheit ( $S_B = 3,5$ ) aufgenommen werden kann. Als Werkstoff für die Nieten soll C22 verwendet werden (Scherfestigkeit  $\tau_{ab} = 290 \text{ N/mm}^2$ ).



## Uvijanje

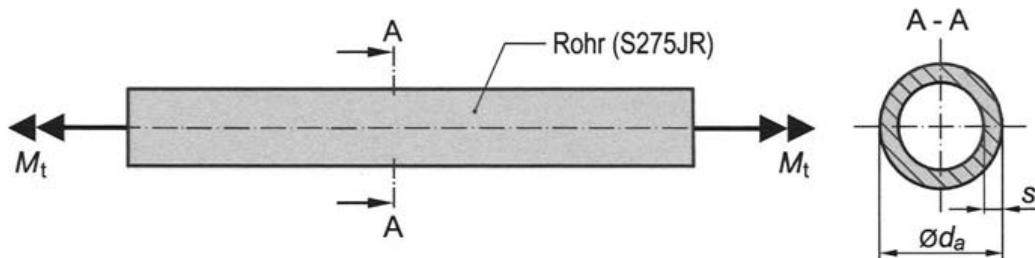
**Primjer P-02.09** Cijev za prijenos okretnog momenta, prikazana na skici, izrađen je od nelegiranog čelika S275JR. [Läpple (2006), str. 18/59]

### Aufgabe 2.29

Ein Rohr aus Werkstoff S275JR mit einem Außendurchmesser  $d_a = 50 \text{ mm}$  und einer Wandstärke von  $s = 6 \text{ mm}$  wird durch ein Torsionsmoment  $M_t$  statisch beansprucht.

Werkstoffkennwerte S275JR:

$$\begin{array}{ll} R_e = 295 \text{ N/mm}^2 & E = 210000 \text{ N/mm}^2 \\ R_m = 490 \text{ N/mm}^2 & \mu = 0,30 \end{array}$$

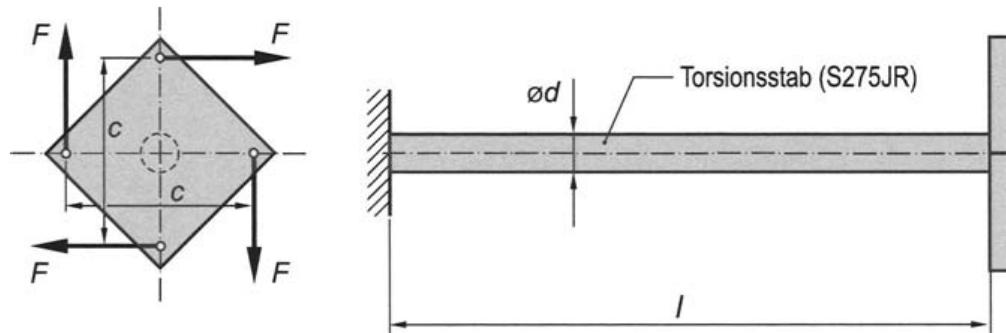


- Skizzieren Sie qualitativ den Spannungsverlauf über der Querschnittsfläche.
- Ermitteln Sie das zulässige Torsionsmoment, damit ein Versagen mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann ( $S_F = 1,2$  und  $S_B = 2,0$ ).
- Berechnen Sie für den Fall aus Aufgabenteil b) die maximale Schubspannung im Querschnitt.

**Primjer P-02.10** Štap izrađen od nelegiranog čelika S275JR prenosi okretni moment uzrokovani statičkim silama od 900 N koje djeluju na kvadratnu ploču, prikazanu na skici, zavarenu na nosač. [Läpple (2006), str. 18/60]

### Aufgabe 2.30

Ein Torsionsstab aus Werkstoff S275JR (Werkstoffkennwerte siehe Aufgabe 2.29) mit Vollkreisquerschnitt und einer Länge von  $l = 2 \text{ m}$  ist an einem Ende fest eingespannt. Am anderen Ende des Stabes ist eine Platte angebracht, an der vier tangential gerichtete, statisch wirkende Kräfte von je  $F = 900 \text{ N}$  angreifen. Der Abstand der Wirkungslinien der Kräfte beträgt  $c = 700 \text{ mm}$ . Die Kerbwirkung an der Einspannstelle kann vernachlässigt werden.



- Dimensionieren Sie den Durchmesser  $d$  des Stabes so, damit Fließen mit einer Sicherheit von  $S_F = 2,0$  ausgeschlossen werden kann.
- Bestimmen Sie den mindestens erforderlichen Durchmesser  $d^*$ , falls der Stab aus der Graugusssorte EN-GJL-300 ( $R_m = 300 \text{ N/mm}^2$ ;  $E = 110000 \text{ N/mm}^2$ ;  $\mu = 0,25$ ) gefertigt wurde und eine Sicherheit von  $S_B = 5,0$  gegen Bruch verlangt wird.
- Ermitteln Sie den Verdrehwinkel  $\varphi$  für die Fälle aus Aufgabenteil a) und b).

#### 2.5.4 Primjeri proračuna (3): koncentracija naprezanja i izvijanje

##### Koncentracija naprezanja

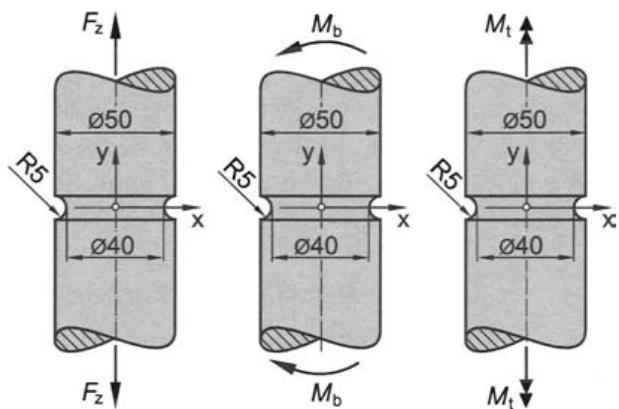
[Läpple (2006), 146. str]

### Aufgabe 7.1

Die Abbildung zeigt drei gekerbte Rundstäbe aus dem Vergütungsstahl 42CrMo4, die auf unterschiedliche Weise elastisch beansprucht werden ( $F_z = 500 \text{ kN}$  sowie  $M_b = 2500 \text{ Nm}$  und  $M_t = 5000 \text{ Nm}$ ).

- Ermitteln Sie die Formzahlen  $\alpha_k$  für die drei Kerbstäbe mit Hilfe geeigneter Formzahldiagramme.
- Berechnen Sie die Nennspannungen  $\sigma_n$  und die maximalen Spannungen  $\sigma_{\max}$  und skizzieren Sie die jeweiligen Spannungsverläufe.

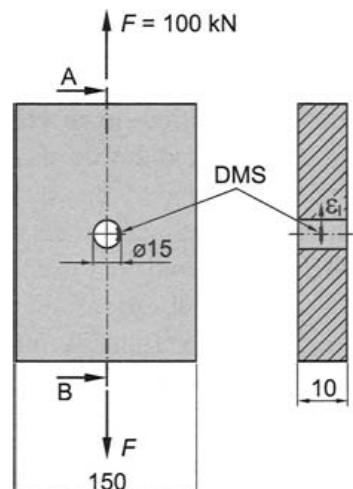
[Läpple (2006), 146. str]



### Aufgabe 7.2

Ein mittig gelochter Flachstab aus Werkstoff 17MnMoV6-4 ( $E = 203000 \text{ N/mm}^2$ ) wird durch die statisch wirkende Zugkraft  $F = 100 \text{ kN}$  belastet. Im Kerbgrund wurde ein Dehnungsmessstreifen zur Ermittlung der Längsdehnung  $\varepsilon_l$  appliziert (siehe Abbildung). Bei der Zugkraft von  $F = 100 \text{ kN}$  wird eine Längsdehnung von  $\varepsilon_l = 1,00 \text{ \%}$  gemessen.

Berechnen Sie aus dem Messwert für die Dehnung die Formzahl  $\alpha_k$  und überprüfen Sie das Ergebnis mit Hilfe eines geeigneten Formzahldiagrammes.



## Izvijanje

**Primjer P-02.11** Profil prikazan na skici je izrađen od čelika za poboljšanje C22 te opterećen statickom silom od 50 kN. [Läpple (2006), 166. str]

### Aufgabe 8.1

Ein beidseitig gelenkig gelagerter Profilstab aus dem Vergütungsstahl C22 mit einer Länge von  $l = 2 \text{ m}$  und einer quadratischen Querschnittsfläche ( $a = 50 \text{ mm}$ ) wird durch die im Flächenschwerpunkt angreifende, statisch wirkende Druckkraft  $F_d = 50 \text{ kN}$  mittig beansprucht.

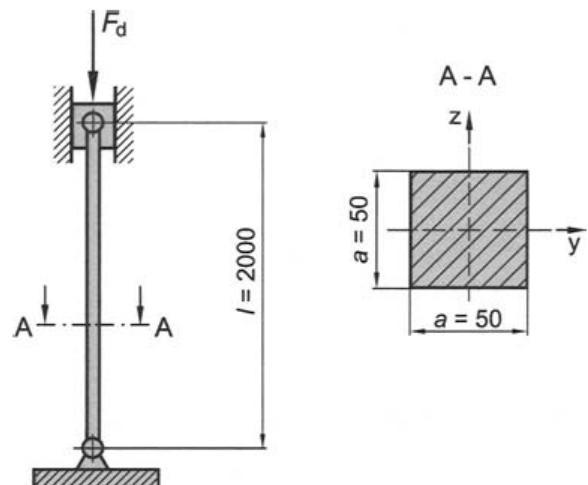
Werkstoffkennwerte C22 (vergütet):

$$R_{p0,2} = 320 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 460 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = 0,30$$



Berechnen Sie die Knickkraft  $F_K$  sowie die Sicherheit gegen Knickung ( $S_K$ ) und gegen Fließen ( $S_F$ ).

**Primjer P-02.12** Profil prikazan na skici je izrađen od nelegiranog konstrukcijskog čelika S275JR. [Läpple (2006), 166. str]

### Aufgabe 8.2

Ein Profilstab aus der unlegierten Baustahlsorte S275JR mit einer Länge von  $l = 1200 \text{ mm}$  und der dargestellten Querschnittsfläche, wird durch eine im Flächenschwerpunkt  $S$  angreifende Druckkraft  $F_d$  statisch beansprucht. Der Profilstab ist an beiden Enden gelenkig gelagert.

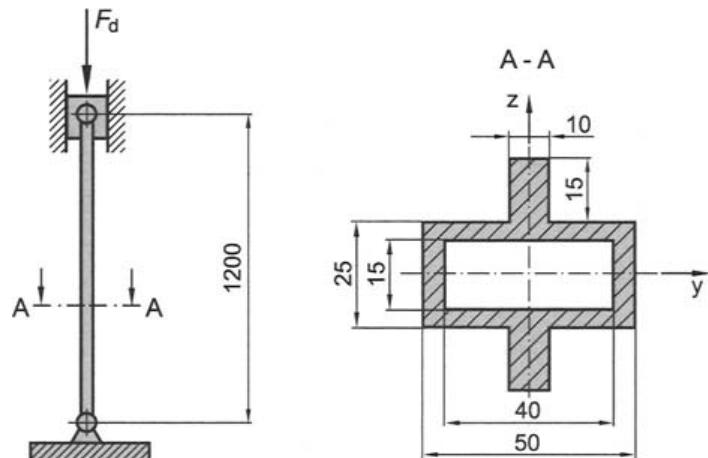
Werkstoffkennwerte S275JR:

$$R_e = 255 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 510 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = 0,30$$



- Berechnen Sie für den dargestellten Querschnitt die axialen Flächenmomente 2. Ordnung bezüglich der  $y$ -Achse ( $I_y$ ) sowie bezüglich der  $z$ -Achse ( $I_z$ ).
- Ermitteln Sie die zulässige Druckbelastung  $F_d$  des Profilstabes ( $S_K = 4$  und  $S_F = 1,5$ ).
- Berechnen Sie die Verkürzung  $\Delta l$  des Profilstabes unmittelbar vor dem Versagen.

## 2.5.5 Primjeri proračuna (4): Dinamičko opterećenje

[Läpple (2006), 296. str]

### Aufgabe 13.7

Eine Dehschraube aus der warmfesten, legierten Stahlsorte 13CrMo4-4 mit Vollkreisquerschnitt und geschliffener Oberfläche ( $R_z = 4 \mu\text{m}$ ) steht im Zylinderblock eines Motors unter einer statischen Vorspannung von  $F_1 = 12000 \text{ N}$ . Bei jedem Arbeitstakt wird die Dehschraube zusätzlich schwellend mit  $F_2 = 25000 \text{ N}$  belastet.

Werkstoffkennwerte 13CrMo4-4:

$$R_{p0,2} = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m = 560 \text{ N/mm}^2$$

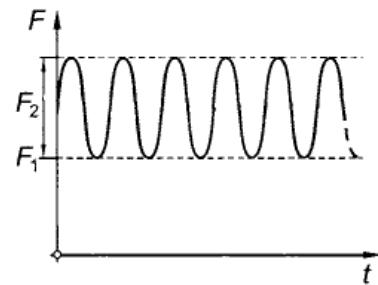
$$\sigma_{zdW} = 250 \text{ N/mm}^2$$

$$E = 209000 \text{ N/mm}^2$$

$$\mu = 0,30$$

- Berechnen Sie den erforderlichen Durchmesser  $d$  der Dehschraube, falls eine Sicherheit gegen Fließen von  $S_F = 1,20$  gefordert wird.
- Ermitteln Sie den notwendigen Durchmesser  $d$ , falls eine Sicherheit von  $S_D = 2,80$  gegen Dauerbruch gefordert wird.

[Läpple (2006), 297. str]

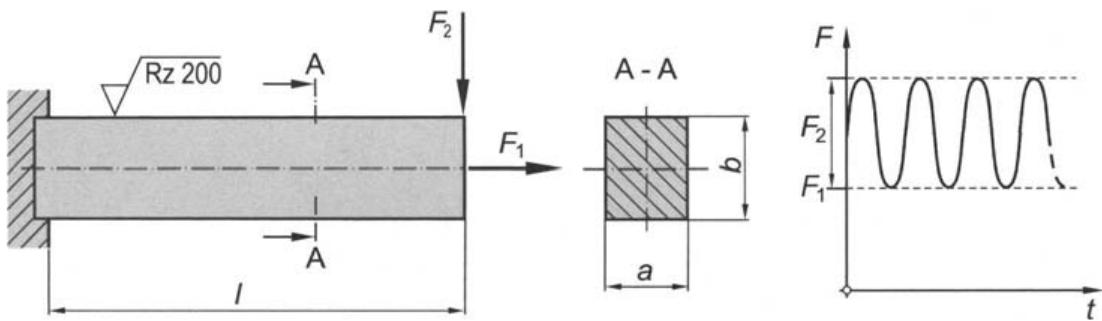


### Aufgabe 13.8

Ein einseitig eingespannter Freiträger ( $l = 200 \text{ mm}$ ) mit rechteckiger Querschnittsfläche ( $a = 25 \text{ mm}$ ;  $b = 50 \text{ mm}$ ) aus der Graugusssorte EN-GJL-350 wird durch die statisch wirkende Kraft  $F_1 = 120 \text{ kN}$  sowie durch die zeitlich veränderliche Kraft  $F_2$  beansprucht. Die Oberflächenrauigkeit des Stabes kann mit  $R_z = 200 \mu\text{m}$  angenommen werden.

Werkstoffkennwerte EN-GJL-350:

$$\begin{aligned} R_m &= 400 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{bw} &= 130 \text{ N/mm}^2 \\ E &= 108000 \text{ N/mm}^2 \\ \mu &= 0,25 \end{aligned}$$



Berechnen Sie die dauernd ertragbare Kraftamplitude  $F_2$  damit kein Dauerbruch eintritt. Es wird eine Sicherheit von  $S_D = 5,0$  gefordert.

Kerbwirkung an der Einspannstelle, Schubspannungen durch Querkräfte sowie ein Einfluss der Bauteilgröße auf die Schwingfestigkeit dürfen vernachlässigt werden.

# Dodaci

## Literatura

Alfirevic1996/249÷340, Androić 2008, Arndt2011, Avallone2006, Balke2010, Barber2011, Bassin1979, Beer2010, Beer2011, Beer2001, Berger2005, BögeA2001, BögeL2011, BögeF2011, BögeM2011, BögeT2011, Böge2007, Brown2005, Budynas2011, Budynas2008, Carvill2003, Case1999, Czichos2008, daSilva2006, Dankert2011, Dorf2004, Elčić1973, Fleischer 2009, Gekeler2006, Gere2009, Gere2011, Gere2006, Gross2011, Grote 2009, Grote 2007, Haberhauer2011, Haberhauer2009, Hartog1961, Hauger2008, Hearn1997, Hering2004, Hibbeler2010, Hibbeler2004, Hicks2004, Hodžić2004, Huston2009, Jelaska2005, Khan2006, Klebanov2008, Kolumbić2010, Kraut1988, Kreith2005, Kudumović2000, Künne2008, Kutz12005, Kutz1998, LäppleT2006, LäppleT2008, LäppleZ2007, LäppleZ2008, Leckie2009, Lingaiah2002, Mack2006, Marghitu2001, Mott2004, MuhsF2006, MuhsZ2006, Nahrstedt2006, Niemann2005, Norton2006, Oberg2004, Oberg2008, Pandžić2008, Patnaik2004, Podhorsky1963-1997, Podrug2008, Pustaic2009, Pytel2011, Pytel-, Rašković1985, Richard2008, Richard2006, Rothbart2006, Schier2011, Shigley1996, Shigley2004, Šimić2002, Šimić1995, Singh2007, Smith2000, Spotts1961, Stark2006, Steinhilper2008, Timings2005, Ulbrich2006, Wittel2009,

### 2.1 Opterećenja i naprezanja

#### 2.1.1 Mehanička opterećenja

#### 2.1.2 Statička i dinamička opterećenja

#### 2.1.3 Radna i proračunska opterećenja

#### 2.1.4 Naprezanja

### 2.2 Naprezanja i deformacije

#### 2.2.1 Osnovna statička naprezanja i deformacije

#### 2.2.2 Koncentrirana naprezanja

#### 2.2.3 Ostala radna naprezanja

### 2.3 Konstrukcijski materijali

Ashby2002, Ashby2009, Ashby2007, Ashby2005, Callister2007, Kalweit2006, Kaw2005, Kolumbić2005, Kutz12005, Kutz1998, Norton2006, Oberg2004, Oberg2008, Totten2004, Ullman2010, Weißbach2007,

#### 2.3.1 Čvrstoća

#### 2.3.2 Krutost

#### 2.3.3 Tvrdoća

#### 2.3.4 Izbor materijala

#### 2.3.5 Mehanička svojstva konstrukcijskih materijala

#### 2.3.6 Čvrstoća

#### 2.3.7 Elastičnost

#### 2.3.8 Tvrdoća

### 2.4 Proračuni elemenata

Chapra2006,

#### 2.4.1 Načelo kontrolnog proračuna

#### 2.4.2 Veličine čvrstoće materijala

#### 2.4.3 Primjeri proračuna

- B** Avallone/274÷364 – priručnik s par primjera  
**AA** Böge20/D1÷D81 – priručnik s primjerima  
**AA** Brown/21÷336 – izvodi + primjeri  
**A** Budynas/76÷336 – detaljno sa sažetcima + dosta primjera i problema bez rješenja, AS jedinice  
**A** Carvill/12÷66 – veoma sazeto: skice + formule  
**A** Grote-Dubbel/116÷175 – sažeto sa tabelama  
**A** Jelaska/18÷58 – pregled  
**B** Klebanov/355÷419 – teorija s nekoliko primjera  
**AA** Kraut/65÷70 – pregled čvrstoće, 165÷217 – izbor materijala, 277÷282 – dopuštena naprezanja  
**B** Künne/48÷92 – pregled s nekoliko primjera  
**A** Kutzi/501÷566 – definicije, zanimljiv pregled  
**AA** Lingaiah/2÷207 – oznake, formule i tablice, 1058÷1077 – oznake, formule, tablice  
**A** Margithu/118÷187 – pregled: opterećenje, deformiranje i krutost, umor  
**AA** Mott/45÷276 – materijali, opterećenja i deformacije, Mohr, opterećenja, stupovi  
**AA** Muhs-Aufgabesammlung/13÷15 – zadaci, 162÷163 – postavke rješenja, 250÷252 – rješenja  
**AA** Muhs-Formelsammlung/20÷32 – kratice, formule, tijek rješavanja zadataka, norme  
**A** Niemann/87÷189 – detaljno, literatura  
**AA** Norton/96÷437 – iscrpno, literatura, zadaci – djelomično s rezultatom  
**A** Oberg/207÷302 – čvrstoća, svojstva tijela, grede, stupovi, ploče  
**AA** Patnaik/7÷53 – pregled s primjerima i zadacima s rezultatima  
**AA** Podrug/3÷10 – sazetak  
**B** Shigley/873÷946 – statička čvrstoća, dinamička čvrstoća, nestabilnost  
**A** Smith/330÷551 – izbor materijala, mehanika materijala  
**B** Spotts/6÷58 – pregled s primjerima i problemima  
**A** Steinhilper/78÷169 – pregled s tablicama  
**B** Timings-Mechanical/59÷86 – sazetak  
**AA** Wittel/56÷89 – sazeto + primjeri
- AA** Ashby-Engineering – svojstva i karakteristike materijala  
**AA** Ashby-Art – izbor materijala  
**AA** Ashby-Selection – izbor materijala  
**A** Barber – primjeri i problemi – djelomično rješeni  
**AA** Callister – izbor materijala  
**A** Hearn1 – primjeri i problemi – djelomično rješeni  
**B** Hearn2 – primjeri i problemi – djelomično rješeni  
**AA** Hibbeler-2010 – iscrpno lijepo, primjeri i problemi – rješeni  
**AA** Hibbeler-2004 – obuhvaćena statika, iscrpno, primjeri i problemi – rješeni  
**B** Silva – teorijski
- C** Balke – pregled  
**A** Case – sazeci, primjeri, problemi – djelomično riješeni  
**AA** Leckie – dobre ilustracije, sažetak, primjeri  
**B** Simic1 – iscrpna teorija

**AA** Vnučec – pregled

**AA** Arndt – pregled + primjeri

**AA** Beer – dobre ilustracije, iscrpno s brojnim primjerima i problemima s rješenjima

**AA** Gross – dobre ilustracije, iscrpno s brojnim primjerima i problemima s rezultatima

**AA** Hibbeler-2010 – iscrpno lijepo, primjeri i problemi – rješeni

**AA** Läpple-Einführung – pregledno s brojnim primjerima i problemima s rezultatima

**AA** Läpple-Lösungsbuch – sažeci, tablice, rješenja problema iz Uvoda u čvrstoću

**A** Singer – rješenje problema iz nepoznatog udžbenika

**AA** Pytel – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s parnim rezultatima, *tablice*

**AA** Gere7 – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s rezultatima, dodaci  
*rješavanje problema*

**AA** Gere-Brief – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s rezultatima, *ispitni zadaci*

**AA** Gere7 – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s rezultatima, dodaci  
*rješavanje problema*

**AA** Gere-Brief – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s rezultatima, *ispitni zadaci*

**AA** Pytel – izvrsna grafika, iscrpno, jasno, premjeri, problemi s parnim rezultatima, *tablice*

**AA** Beer – dobre ilustracije, iscrpno s brojnim primjerima i problemima s rješenjima

**AA** Läpple-Einführung – pregledno s brojnim primjerima i problemima s rezultatima

**AA** Hibbeler-2010 – iscrpno lijepo, primjeri i problemi – rješeni

**AA** Leckie – dobre ilustracije, sažetak, primjeri

Dodaci

Literatura

*Internet*

## Oznake

Carvill2003/299÷300, Haberhauer2011/637, Shigley1996/A.2,

$A$	– površina, $\text{mm}^2$
$D/d$	– vanjski/unutarnji promjer, $\text{mm}$
$F$	– sila, $\text{N}$
$m$	– masa, $\text{kg}$
$L/B/H$	– duljina/širina/visina, $\text{mm}$
$p$	– tlak, $\text{N/mm}^2$
$t$	– vrijeme, $\text{s}$
$T$	– apsolutna temperatura, $\text{K}$
$V$	– volumen, $\text{m}^3$
$v$	– brzina, $\text{m/s}$
$W$	– rad, $\text{J}$
$\vartheta$	– temperatura, $^\circ\text{C}$
$\eta$	– koeficijent gubitaka energije, $1$ ; dinamička viskoznost, $\text{Pa}\cdot\text{s}$
$\rho$	– gustoća, $\text{kg/dm}^3$ ; električna otpornost, $\mu\Omega\cdot\text{cm}$

## Rječnik

Carvill2003/322÷340,

## **Podloge**



## Razno

## Provjera znanja

Kod prezentacija i računskih zadataka ocjenjuje se: zanimljivost, sadržaj, obim, razina i estetika.

### Prezentacija

- *Svaki student u grupi priprema prezentaciju uz korištenje programa: PowerPoint, CorelDraw i Photoshop;*

### Izračunavanja

- *Računske zadatke rade timovi od po 3 studenta (2 ili 4);*
- *Tekst se piše u Word-u s formulama pisanim uz korištenje MathType-a;*
- *Crtiči se izrađuju u CorelDraw i/ili AutoCAD-u i/ili SolidWorks-u;*
- *Zadacima se prilažu MATLAB semi-programi (format \*.m);*

### 2. Zadatak – 02 Čvrstoća materijala: (60 bodova)

- (a) Izraditi prezentaciju odabrane teme iz Čvrstoće materijala i elemenata (20 bodova);
- (b) Izraditi zadatak iz: rastezanja, sabijanja ili smicanja (20 bodova);
- (c) Izraditi zadatak iz: uvijanja, savijanja ili izvijanja (20 bodova);
- (d) Izraditi zadatak iz: koncentracija naprezanja ili dinamičkih naprezanja (20 bodova).

#### OBAVEZNO:

- svaki student po jednu prezentaciju (a),
- svaka grupa po jedan zadatak (b),
- svaka grupa jedan zadatak po izboru (c) ili (d),

**2. Zadatak – (a) Prezentacija (20 bodova)**

Izraditi prezentaciju odabrane teme iz Čvrstoće materijala i elemenata.

Napomena: Naslov teme može biti jednak ili uži od sljedećih naslova tema:

**Teme** (prijedlozi naslova za prezentacije)

5. Nauka o čvrstoći i vrste mehaničkih opterećenja
6. Rastezanje i sabijanje - opterećenje
7. Savijanje - opterećenje
8. Smicanje i uvijanje - opterećenje
9. Osnove naprezanja i deformacija
10. Rastezanje i sabijanje - naprezanja i deformacije
11. Savijanje - naprezanja i deformacije
12. Smicanje i uvijanje - naprezanja i deformacije
13. Koncentracija naprezanja
14. Izvijanje
15. Mehanička opterećenja
16. Dinamička opterećenja
17. Kontaktna naprezanja
18. Proces deformiranja pri opterećivanju
19. Svojstva i mehaničke karakteristike materijala
20. Promjene mehaničkih karakteristika tijekom vremena
21. Izbor materijala
22. Načela proračuna
23. Primjeri proračuna (1): rastezanje, sabijanje, čisto savijanje
24. Primjeri proračuna (2): smicanje, uvijanje
25. Primjeri proračuna (3): koncentracija naprezanja i izvijanje
26. Primjeri proračuna (4): Dinamičko opterećenje

**2. Zadatak – (b) Rastezanje, sabijanje, smicanje (20 bodova)**

Izraditi zadatak iz: istezanja, sabijanja ili smicanja.

**2. Zadatak – (c) Uvijanje, savijanje, izvijanje (20 bodova)**

Izraditi zadatak iz: uvijanja, savijanja ili izvijanja.

**2. Zadatak – (d) Koncentracija naprezanja, dinamičko naprezanje (20 bodova)**

Izraditi zadatak iz: koncentracija naprezanja ili dinamičkih naprezanja.

## Literatura

1. Alfirevic I., Sikic Z., Budin I.: Inzinjerski prirucnik IP 1 – temelji inzenjerskih znanja; Skolska knjiga, 1996.
2. Androić B., Dujmović D., Džeba I.: Metalne konstrukcije 1 – Eurocode; Institut građevinarstva Hrvatske, 1994.
3. Arndt K.-D., Brüggemann H., Ihme J.: Festigkeitslehre für Wirtschaftsingenieure – Kompaktwissen für den Bachelor; Vieweg+Teubner, 2011.
4. Ashby M. F., Johnson K.: Materials and Design – The Art and Science of Material Selection in Product Design; Butterworth-Heinemann, 2002.
5. Ashby M. F., Messler R. W., Asthana R., Furlani E. P., Smallman R. E., Ngan A. H. W., Mills N.: Engineering Materials and Processes Desk Reference; Butterworth-Heinemann, 2009.
6. Ashby M. F., Shercliff H., Cebon D.: Materials – Engineering, Science, Processing and Design; Butterworth-Heinemann, 2007.
7. Ashby M. F.: Materials Selection in Mechanical Design, 3<sup>rd</sup> Edition; Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.
8. Avallone E. A., Baumeister T. Sadegh A.: Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers 11th Edition; McGraw-Hill Professional 2006.
9. Balke H.: Einführung in die Technische Mechanik Festigkeitslehre, 2. Auflage; Springer, 2010.
10. Barber J. R.: Intermediate Mechanics of Materials, 2nd Edition; Springer, 2011.
11. Bassin M.G., Brodsky S. M., Wolkoff H.: Statics and Strength of Materials 3rd Edition; McDraw-Hill, 1979.
12. Beer F. P., Johnston R. E. Jr., DeWolf J. T., Mazurek D. F.: Mechanics of Materials, 5<sup>th</sup> Edition; McGraw-Hill Higher Education, 2009.
13. Beer F. P., Johnston R. E. Jr., DeWolf J. T., Mazurek D. F.: Mechanics of Materials, 6<sup>th</sup> Edition; McGraw-Hill Higher Education, 2011.
14. Beer F. P., Johnston R. E. Jr., DeWolf J. T., Mazurek D. F.: Mechanics of Materials, 3<sup>rd</sup> Edition, Solutions Manual; rukopis, 2001.
15. Berger J.: Klausurentrainer Technische Mechanik, 2. Auflage; Vieweg+Teubner, 2005.
16. Böge A., Schlemmer W.: Aufgabensammlung Technische Mechanik, 20. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
17. Böge A., Schlemmer W.: Lösungen zur Aufgabensammlung Technische Mechanik, 14. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
18. Böge A.: Formeln und Tabellen zur Technischen Mechanik, 22. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
19. Böge A.: Handbuch Maschinenbau – Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik, 20. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
20. Böge A.: Technische Mechanik: Statik – Dynamik – Fluidmechanik – Festigkeitslehre, 29. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
21. Böge A.: Vieweg Handbuch Maschinenbau – Grundlagen und Anwendungen der Maschinenbau-Technik, 18. Auflage; Vieweg, 2007.
22. Brown T. H. Jr.: Mark's Calculations For Machine Design; McGraw-Hill, 2005.
23. Budynas R. G., Nisbett J. K.: Shigley's Mechanical Engineering Design, 9<sup>th</sup> Edition; McGraw-Hill, 2011.
24. Budynas R. G., Nisbett K. J.: Shigley's Mechanical Engineering Design, 8<sup>th</sup> Edition; McGraw-Hill, 2008.
25. Callister Jr. W. D.: Materials Science and Engineering: An Introduction, 7<sup>th</sup> Edition; John Wiley & Sons, New York, 2007.
26. Carvill J.: Mechanical Engineer's Data Handbook; Butterworth-Heinemann, 2003.
27. Case J., Chilver L., Ross C. T. F.: Strength of Materials and Structures, 4th Edition; Arnold 1999.
28. Chapra S. C.: Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, 2nd Edition; McGraw-Hill, 2006.
29. Czichos H., Hennecke M.: Hütte – Das Ingenieurwissen 33. Auflage; Springer, 2008.
30. da Silva V. D.: Mechanics and Strength of Materials; Springer, 2006.

31. Dankert J., Dankert H.: Statik, Festigkeitslehre, Kinematik / Kinetik, 6. Auflage; Vieweg+Teubner, 2011.
32. Dorf C.: The Engineering Handbook, 2nd Edition; CRC, 2004.
33. Elčić Z., Grubješić N., Kostelić A., Mađarević B., Oberšmit E., Račić V., Sentić B., Skalicky B., Vojta D.: Praktičar 3 – Strojarstvo 2; Školska knjiga, 1973.
34. Fleischer B., Theumert H.: Entwickeln Konstruieren Berechnen – Komplexe praxisnahe Beispiele mit Lösungsvarianten, 2. Auflage; Vieweg + Teubner, 2009.
35. Gekeler E. W.: Mathematische Methoden zur Mechanik – Ein Handbuch mit MATLAB-Experimenten; Springer, 2006.
36. Gere J. M., Goodno B. J.: Mechanics of Materials, 7th Edition; Cengage Learning, 2009.
37. Gere J. M., Goodno B. J.: Mechanics of Materials, Brief Edition; Cengage Learning, 2011.
38. Gere J. M.: Mechanics of Materials, 6th Edition; Thomson, 2003.
39. Gross D., Hauger W., Schröder J., Wall W. A., Bonet J.: Engineering Mechanics 2 – Mechanics of Materials; Springer, 2011.
40. Grote K.-H., Antonsson E. K.: Springer Handbook of Mechanical Engineering; Springer, 2009.
41. Grote K.-H., Feldhusen J.: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau, 22. Auflage; Springer, 2007.
42. Haberhauer H., Bodenstein F.: Maschinenelemente – Gestaltung Berechnung Anwendung, 16. Auflage; Springer, 2011.
43. Haberhauer H., Bodenstein F.: Maschinenelemente – Gestaltung, Berechnung, Anwendung, 15. Auflage; Springer, 2009.
44. Hall A. S. Holowenko A. R., Laughlin H. G.: Schaum's Outline of Theory and Problems of Machine Design; McGraw-Hill, 1968.
45. Hartog D. J. P.: Strength of Materials; Dover 1961.
46. Hauger W., Mannl V., Wall W., Werner E.: Aufgaben zu Technische Mechanik 1 - 3 – Statik, Elastostatik, Kinetik, 6. Auflage; Springer, 2008.
47. Hearn E. J.: Mechanics of Materials 1 – An Introduction to the Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Materials, 3rd Edition; Butterworth-Heinemann, 1997.
48. Hearn E. J.: Mechanics of Materials 2 – The Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Materials, 3rd Edition; Butterworth-Heinemann, 1997.
49. Hering E., Schröder B.: Springer Ingenieurtabellen; Springer, 2004.
50. Hibbeler R. C.: Mechanics of Materials, 8th Edition; Prentice Hall, 2010.
51. Hibbeler R. C.: Statics and Mechanics of Materials SI Edition; Prentice Hall, 2004.
52. Hicks T. G.: Standard Handbook of Engineering Calculations, 4th Edition; McGraw-Hill, 2004.
53. Hodžić S., Mašić S.: Zbirka riješenih zadataka iz otpornosti materijala i teorije elastičnosti; 2004.
54. Hodžić S.: Otpornosti materijala i teorije elastičnosti; Rudarsko geološko građevinski fakultet; 2004
55. Huston R., Joseph H.: Practical Stress Analysis in Engineering Design, 3<sup>rd</sup> Edition; CRC, 2009.
56. Jelaska D.: Elementi strojeva – skripta za studente Industrijskog inženjerstva; Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Splitu, 2005.
57. Kalweit A., Paul C., Peters S., Wallbaum R.: Handbuch für Technisches Produktdesign – Material und Fertigung Entscheidungsgrundlagen für Designer und Ingenieure; Springer, 2006.
58. Kaw A. K.: Mechanics of Composite Materials, 2nd Edition; CRC 2005.
59. Khan W. A., Raouf A.: Standards for Engineering Design and Manufacturing; CRC – Taylor & Francis, 2006.
60. Klebanov B. M., Barlam D. M., Nystrom F. E.: Machine Elements – Life and Design; CRC Taylor & Francis Group, 2008.
61. Kolumbić Z., Kozak D.: Fizika – podloge za studij strojarstva; Strojarski fakultet u Slavonskom Brodu Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, 2010. <http://www.sfsb.hr/~zkolum/Fizika/>
62. Kolumbić Z., Tomac N.: Materijali – podloge za diskusiju; Odsjek za politehniku Filozofskog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, 2005. <http://www.ffri.uniri.hr/~zvonimir/Materijali>
63. Kraut B.: Strojarski priručnik, 9. izdanje; Tehnička knjiga, 1988.
64. Kreith F., Goswami D. Y.: The CRC Handbook of Mechanical Engineering, 2<sup>nd</sup> Edition; CRC 2005.
65. Kudumović Dž., Alagić S.: Zbirka riješenih zadataka iz otpornosti materijala; Promoteks, 2000.
66. Künne B.: Köhler Rögnitz Maschinenteile Vol 1, 10. Auflage; Vieweg + Teubner, 2008.

67. Kutz M.: Mechanical Engineers' Handbook – Four Volume Set, 3rd Edition – Volume 1: Materials and Mechanical Design; Wiley, 2005.
68. Kutz M.: Mechanical Engineers' Handbook, 2nd Edition; Wiley, 1998.
69. Läpple V.: Einführung in die Festigkeitslehre – Lehr- und Übungsbuch; Viewegs Fachbücher der Technik, 2006.
70. Läpple V.: Einführung in die Festigkeitslehre – Lehr- und Übungsbuch, 2. Auflage; Vieweg+Teubner, 2008.
71. Läpple V.: Lösungsbuch zur Einführung in die Festigkeitslehre – Ausführliche Lösungen und Formelsammlung; Viewegs Fachbücher der Technik, 2007.
72. Läpple V.: Lösungsbuch zur Einführung in die Festigkeitslehre – Aufgaben Ausführliche Lösungswege Formelsammlung, 2. Auflage; Vieweg+Teubner, 2008.
73. Leckie F. A., Dal Bello D. J.: Strength and Stiffness of Engineering Systems; Springer, 2009.
74. Lingaiah K.: Machine Design Databook, 2<sup>nd</sup> Edition; McGraw-Hill, 2002.
75. Mack W., Lugner P., Plöchl M.: Angewandte Mechanik – Aufgaben und Lösungen aus Statik und Festigkeitslehre; Springer, 2006.
76. Marghitu D. B.: Mechanical Engineer's Handbook; Academic Press, 2001.
77. Mott R. L.: Machine Elements in Mechanical Design, 4<sup>th</sup> Edition; Prentice Hall, 2004.
78. Muhs D., Wittel H., Jannasch D., Becker M., Voßiek J.: Roloff/Matek Maschinenelemente – Interaktive Formelsammlung auf CD-ROM, 8. Auflage; Vieweg, 2006.
79. Muhs D., Wittel H., Jannasch D., Voßiek J.: Roloff/Matek Maschinenelemente – Aufgabensammlung – Aufgaben, Lösungshinweise, Ergebnisse, 14. Auflage; Vieweg, 2007.
80. Nahrstedt H.: Algorithmen für Ingenieure – realisiert mit Visual Basic – Eine anwendungsorientierte Einführung – Problemanalyse und Lösungsweg anhand konkreter Beispiele; Vieweg & Sohn, 2005.
81. Niemann G., Winter H., Höhn B.-R.: Maschinenelemente – Band 1 – Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen, 4. Auflage; Springer, 2005.
82. Norton R. L.: Design of Machinery – An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines, 2<sup>nd</sup> Edition; WCB/McGraw-Hill, 1999.
83. Norton R. L.: Machine Design – An Integrated Approach, 3<sup>rd</sup> Edition; Prentice Hall, 2006.
84. Oberg E., Jones F. D., Horton H. L., Ryffel H. H.: Machinery's Handbook 27<sup>th</sup> Edition; Industrial Press, 2004.
85. Oberg E., Jones F. D., Horton H. L., Ryffel H. H.: Machinery's Handbook 28<sup>th</sup> Edition; Industrial Press, 2008.
86. Pandžić J., Pasanović B.: Elementi strojeva – udžbenik s DVD-om za 2. razred tehničkih škola u području strojarstva i brodogradnje; Neodidacta, 2008.
87. Patnaik S., Hopkins D.: Strength of Materials – A New Unified Theory for the 21st Century; Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004.
88. Podhorsky R.: Tehnička enciklopedija, sveske 1÷13; Leksikografski zavod, 1963÷1997.
89. Podrug S.: Elementi strojeva – predavanja za stručni i preddiplomski studij brodogradnje; Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Splitu, 2008.
90. Pustaić D., Cukor I.: Teorija plastičnosti i viskoelastičnosti – sažetak predavanja; Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2009.
91. Pytel A., Kiusalaas J.: Mechanics of Materials, 2nd Edition; Cengage Learning, 2011.
92. Pytel A.: Strength of Materials – Solutions Manual
93. Rašković D.: Tablice iz otpornosti materijala, XIII izdanje; Građevinska knjiga 1985.
94. Richard H. -A., Sander M.: Technische Mechanik – Festigkeitslehre – Lehrbuch mit Praxisbeispielen Klausuraufgaben und Lösungen; Vieweg+Teubner, 2006.
95. Richard H. -A., Sander M.: Technische Mechanik – Festigkeitslehre – Lehrbuch mit Praxisbeispielen Klausuraufgaben und Lösungen, 2. Auflage; Vieweg+Teubner, 2008.
96. Rothbart H. A., Brown T. H.: Mechanical Design Handbook – Measurement, Analysis and Control of Dynamic Systems, 2<sup>nd</sup> Edition; McGraw Hill, 2006.
97. Schier K.: Finite Elemente Modelle der Statik und Festigkeitslehre – 101 Anwendungsfälle zur Modellbildung; Springer 2011.

98. Shigley J. E., Mischke C. R.: Standard handbook of machine design, 2<sup>nd</sup> Edition; McGraw-Hill Professional, 1996.
99. Shigley J. E., Mischke C. R.: Standard handbook of machine design, 3<sup>rd</sup> Edition; McGraw-Hill Professional, 2004.
100. Šimić V.: Otpornost materijala 1, II izdanje; Školska knjiga 2002.
101. Šimić V.: Otpornost materijala 2; Školska knjiga, 1995.
102. Singh U. K., Dwivedi M.: Problems and Solutions in Mechanical Engineering; New Age International, 2007.
103. Smith E. H.: Mechanical Engineer's Reference Book 12th Edition; Butterworth-Heinemann, 2000.
104. Spotts M. F.: Design of Machine Elements; 3<sup>rd</sup> Edition; Prentice Hall, 1961.
105. Stark R.: Festigkeitslehre – Aufgaben und Lösungen; Springer, 2006.
106. Steinhilper W., Sauer B.: Konstruktionselemente des Maschinenbaus 1 – Grundlagen der Berechnung und Gestaltung von Maschinenelementen, 7. Auflage; Springer, 2008.
107. Timings R.: Mechanical Engineer's Pocket Book, 3rd Edition; Newnes, 2005.
108. Totten G. E., Xie L., Funatani K.: Modeling and Simulation for Material Selection and Mechanical Design; Marcel Dekker, 2004.
109. Ulbrich H., Weidemann H.-J., Pfeiffer F.: Technische Mechanik in Formeln Aufgaben und Lösungen; Teubner, 2006.
110. Ullman D. G.: The Mechanical Design Process, 4<sup>th</sup> Edition; 2010.
111. Weißbach W.: Werkstoffkunde – Strukturen, Eigenschaften, Prüfung, 16. Auflage; Vieweg & Sohn, 2007.
112. Wittel H., Muhs D., Jannasch D., Voßiek J.: Roloff/Matek Maschinenelemente – Lehrbuch und Tabellenbuch – Normung, Berechnung, Gestaltung, 19. Auflage; Vieweg + Teubner, 2009.